

# МІНІСТЕРСТВО ОХОРОНИ ЗДОРОВ'Я УКРАЇНИ

## *Українська медична стоматологічна академія*

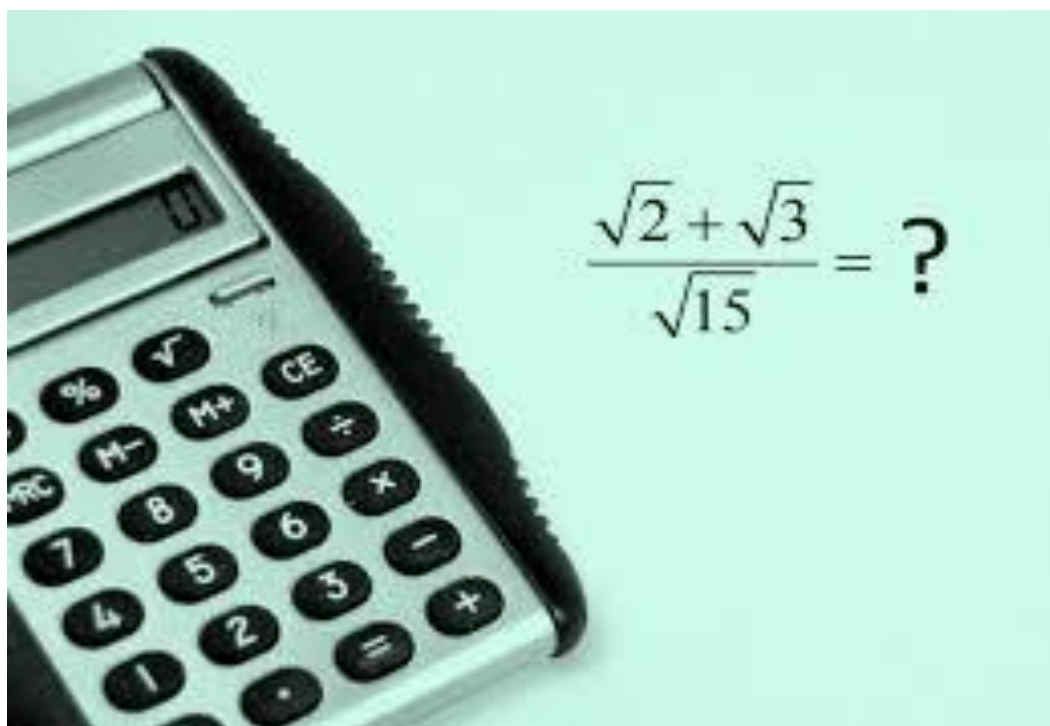
*Підготовче відділення  
для іноземних громадян*

### **МАТЕМАТИКА Частина I.**

**Раціональні вирази.  
Степені. Корені.  
Елементи векторної алгебри.**

Навчальний посібник для іноземних студентів

*(Видання друге, перероблене і доповнене)*



Друкується за рішенням Центральної методичної комісії Української медичної стоматологічної академії як навчальний посібник для слухачів підготовчих факультетів/відділень для іноземних громадян (протокол засідання ЦМК від "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 2018 р №\_\_\_).

Автор: **Колєчкіна І.В.**, викладач математики підготовчого відділення для іноземних громадян Української медичної стоматологічної академії.

Рецензенти: **Тулупова Л.О.**, к. ф.-м. н., доцент, кафедри вищої та прикладної математики Полтавського національного технічного університету імені Юрія Кондратюка.

**Коваленко О.І.**, завідувач підготовчого відділення (курси) для підготовки громадян України до вступу у вищі навчальні заклади Української медичної стоматологічної академії.

### Передмова

Навчальний посібник призначений для студентів-іноземців, що навчаються на підготовчому відділенні за медико-біологічним профілем.

Даний посібник складений відповідно до програми з математики для студентів-іноземців підготовчих факультетів.

Матеріал посібника розрахований на 22 навчальних години, розподілений по 11 заняттях. Кожне заняття містить словник нових термінів, лексико-граматичний матеріал, учбові тексти, зразки виконання вправ, вправи для закріплення матеріалу і вправи для повторення.

Вивчення матеріалу даного посібника сприяє узагальненню і систематизації знань по темах "Раціональні вирази", "Степені", "Корені", "Елементи векторної алгебри", отриманих студентами на батьківщині.

Завдання посібника сприяють формуванню у студентів необхідних навичок користування математичною термінологією і застосування математичного апарату для розв'язування фізичних і хімічних завдань.

### ЗМІСТ

Передмова		<b>2</b>
Заняття №11	Числова вісь. Координатна площа.	<b>3</b>
Заняття №12	Дійсні числа. Модуль дійсного числа.	<b>6</b>
Заняття №13	Степінь з натуральним і цілим показником.	<b>10</b>
Заняття №14	Одночлени і многочлени. Дії з одночленами і многочленами	<b>12</b>
Заняття №15	Дії з дробами. Тотожні перетворення раціональних виразів.	<b>17</b>
Заняття №16	Корінь. Властивості кореня.	<b>19</b>
Заняття №17	Звільнення від ірраціональності чисельника і знаменника дробу.	<b>23</b>
Заняття №18	Вектори.	<b>25</b>
Заняття №19	Розв'язування задач.	<b>30</b>
Заняття №20	Радіанна міра вимірювання кутів і дуг. Тригонометричні функції. (Повторення).	<b>31</b>
Заняття №21	Контрольна робота №2.	<b>36</b>
	Матеріали для перевірки та самоконтролю	<b>37</b>
	Ключ для перевірки завдань	<b>38</b>

## Заняття №11.

### Числова вісь. Координатна площина.

**Завдання №1.** Слухайте, повторюйте і читайте слова та словосполучення:

вісь, -і	axe	روحم	axis	eksen	eksen
числова вісь	axe de numerique	ي عدد روحم	numerical axis	sayisal eksen	ədədi ox
координата, -и	coordonnee	ي ئاداح	coordinate	koordinat	koordinasiya
числова вісь (координатна вісь вісь координат)	axe de coordonnees	ئايئاداح روحم	numerical axis	koordinat eksen	eksen koordinasiya edin
Початок відліку	origine	ئيادب	start	Geri sayim başlangıç	mənşə
початок координат	origine de coordonnee	ئيادبلا ئيادب(ئايئاداح)	origin	çikiş noktası	mənşə
центр, -и	centre	زكرموسطو	centre	merkezi	mərkəzi
центр координат	centre de coordonnee	ل صلاا نقطه	center of coordinates	koordinat merkezi	koordinatların mərkəzi
напрям, -ки	direction	ماجتا	direction	yön	istiqamət
додатний напрям	direction positif	بجو مي ئاداح	positive direction	olumlu yönde	müsbət istiqamət
від'ємний напрям	direction negatif	بلاسي ئاداح	negative direction	negative yön	mənfi istiqamətdə
відповідати	correspondre	قفاوي	correspond	uygun	uyğun
зображувати/ зобразити (що?де?)	peindre	مسرير (وصيف)	drow	göstermek çizmek	çəkmək
система координат	systeme de coordonnee	ئايئاداحماظن	coordinate system	koordinat sistemi	koordinasiya sistemi
декартова система координат	Système de coordonnées cartésiennes	ي تراكيديلاي وتسد ملا	Cartesian coordinate system	Kartezyen koordinat sistemi	Karteziya koordinat sistemi
координатна площина	plan de coordonnee	ي تراكيديلاي وتسد ملا	Coordinate plane	Koordinat düzlemi	Təyyarəni əlaqələndirir
нескінченний, -a, -e, -i	infini	ي ئاهذلا	endless infinite	sonsuz	sonsuz
відмічати/відмітити (що? де?)	marquer	ي لار اشأ	mark	işaret	qeyd
проводити/ провести (що?)	peindre	ل صو (طخمسر)	drow	göstermek çizmek	çəkmək
пара чисел	deux nombre	دادعأ جوز	pair of numbers	çift sayı	ədəd cütü
перпендикулярний -a, -e, -i	perpendicular re	ي دومع	perpendicular	dik	dik
горизонтальний, -a, -e, -i	horizontal	ي قفا	horizontal	yatay	yatay
вертикальний, -a, -e, -i	vertical	ي دومع (ي سار)	vertical	dikey	şaquli
застосовувати/ застосувати(що?де)	employer	م دختسيب	use	kullanmak	Istifadə edin
вперше	pour la première fois	قمرل و لا	first	ilk sefer	İlk dəfə
вибирати/вибрати (що?)	choisir	للاختيار	to choose	seçmek	seçin
одиничний відрізок	segment unite	جزء واحد	unit interval	birim aralığı	Vahid interval
симетрія, -ї	symétrie	تناظر	symmetry	simetri	Simmetriya
симетричний, -a, -e, -i	symétrique	متماثل	symmetric	simetrik	simmetrik

### ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!

1. **Що** (Н.в.) можна відмітити **де** (М.в.)? **Всі числа** можна відмітити на **числовій вісі**.
2. **Чому** (Д.в.) відповідає **що** (Н.в.)? = **що** (Н.в.) відповідає **чому** (Д.в.).  
**Кожному числу** відповідає тільки одна точка числової вісі.

3. Зобразити **що** (З.в.).
4. Провести **що** (З.в.).
5. **Хто** (Н.в.) застосував **що** (З.в.).
6. **Що** (З.в.) називають **чим** (О.в.).
7. **Що** (Н.в.) симетрично **чому** (Д.в.) відносно **чого** (Р.в.).

Зобразите **числову вісь**.

Провести **числові вісі**.

**Французький вчений** вперше застосував **систему координат** на площині.

**Пряму лінію** називають **координатною прямою** або **координатною віссю**.

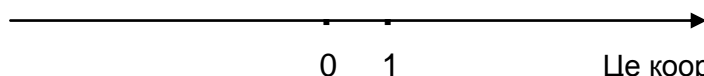
Точка  $P_1$  симетрична точці  $P$  відносно вісі ординат.

**Завдання №2.** Слухайте і читайте текст №1.

Текст №1

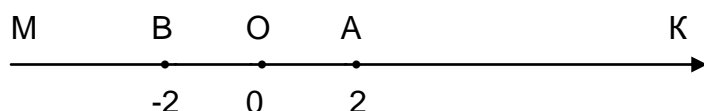
### Числова вісь

Пряму лінію з вибраним на ній початком відліку, одиничним відрізком і напрямком називають координатною прямою або координатною віссю. Числова вісь нескінченна.



Це координатна вісь.

Всі числа можна відмітити на числовій вісі. Кожному числу відповідає тільки одна точка числової вісі. Кожній точці числової вісі відповідає тільки одне число.



Точці А відповідає число 2.

Точці В відповідає число -2.

Числу 2 відповідає точка А.

Числу -2 відповідає точка В.

#### **Пишемо**

$A(2)$

$B(-2)$

#### **Читаємо**

2 - це координата точки А.

-2 - це координата точки В.

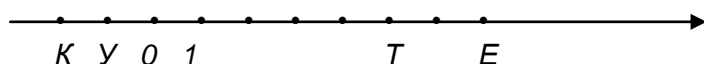
ОК – це додатний напрям числової вісі. ОМ – від'ємний напрям числової вісі.

### **Виконайте вправи.**

**Вправа №1.** Зобразіть числову вісь. Відмітьте на числовій вісі точки

$A(3)$ ,  $B(-1)$ ,  $C(8)$ ,  $E(-5)$ ,  $P(-10)$ .

**Вправа №2.** Подивіться на малюнок. Напишіть, які координати мають точки К, У, Е, Т.



**Вправа №3.** Установіть відповідність між значеннями числових виразів (1-4) і проміжками (А-Д), яким вони належать:

1)  $\frac{2}{3-4}$       2)  $\frac{2-2}{3+3}$       3)  $(5-3)(3-2)$       4)  $(1+3)(1-2)$

А)  $(-5;-3)$       Б)  $(-3;-1)$       В)  $(-1;1)$       Г)  $(1;3)$       Д)  $(3;5)$ .

**Завдання №3.** Слухайте і читайте текст №2.

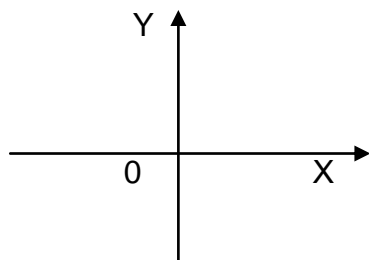
Текст №2.

### Координатна площина.

Відмітимо на площині точку О. Проведемо через точку О дві перпендикулярні числові вісі ОХ і ОУ.

Числові вісі ОХ і ОУ – це вісі координат. ОХ - горизонтальна вісь, ОУ - вертикальна вісь. (Див. мал.)

Точка О - це початок координат (центр координат).

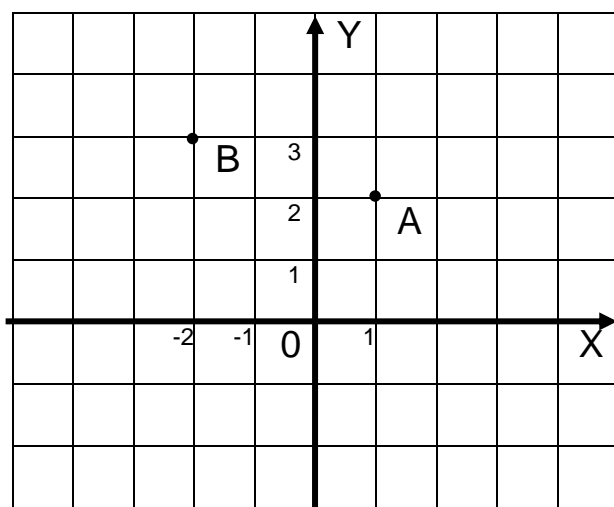


Це декартова система координат

Рене Декарт (1596-1650) – французький вчений. Він вперше застосував систему координат на площині.

Кожній точці площини відповідає пара чисел  $(x;y)$  – це її координати.

Наприклад:  $A(1;2)$ ,  $B(-2;3)$ .



#### Пишемо

$A(1;2)$

#### Читаємо

$(1;2)$  - це координати точки А.

1 – це координата на вісі ОХ

2 – це координата на вісі ОУ.

$B(-2;3)$

$(-2;3)$  - це координати точки В.

#### Виконайте вправи.

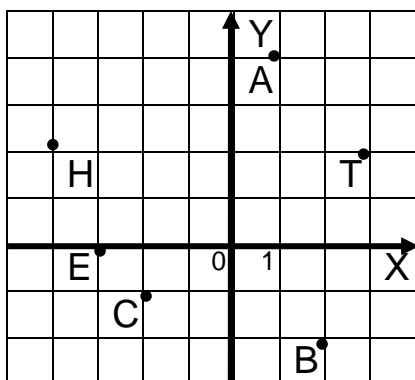
**Вправа №4.** Дайте відповіді на питання. Напишіть відповіді в зошит.

1. Як називається вісь ОХ?
2. Як називається вісь ОУ?
3. Як називається точка О?

**Вправа №5.** Зобразіть декартові координати та відмітьте точки:

$C(-3;0)$ ,  $E(6;1)$ ,  $P(0;1)$ ,  $B(4;-2)$ ,  $M(-1;-5)$ .

**Вправа №6.** Подивіться на малюнок. Які координати мають точки А, В, С, Е, Н,Т?



**Вправа №7.** Оберіть правильні відповіді:

1) Знайдіть відстань від точки M(-2;4) до осі абсцис.

А) 2; Б) -2; В) 4; Г) -4.

2) Які координати має точка P<sub>1</sub>, якщо вона симетрична точці P(-2;5) відносно початку координат?

А) (-5;2) Б) (-2;5) В) (2;-5) Г) (5;2).

## Заняття №12.

### Дійсні числа. Модуль дійсного числа.

**Завдання №1.** Слухайте, повторюйте і читайте слова та словосполучення:

представляти/ представити (що? як?)	representer	عضو	represent	göstermek	təmsil edir
вісь, -і	axe	محور	axis	eksen	eksen
ціле число/цілі числа	nombre entier	عدد صحيح	integer	tamsayi	tamsayi
раціональне число	nombre rational	يقتنم عدد	rational number	rasyonel sayi	rasional sayi
звичайний дріб	fraction ordinaire	يدين عارسك	common fraction	ortak kesir	ümumi fəsil
скінчений десятковий дріб	fraction finie	يدين عارسك رسم	decimal finite	son ondalik kesir	son decimal fraksiyasi
нескінчений періодичний десятковий дріб	fraction decimale infini periodique	يدين عارسك رسم يدين عارسك	Infinite periodic decimal	sonsuz ondalik kesir periyodik	sonsuz periodik decimal
нескінченний неперіодичний десятковий дріб	fraction decimale infini inperiodique	يدين عارسك يدين عارسك ريغ	Infinite non- periodic decimal	Periyodik olmayan sonsuz ondalik	sonsuz geryri-periodik decimal
іраціональне число	nombre irrationnel	يقتنم ريغ عدد	irrational number	irrasyonel sayi	irrational sayi
дійсне число	nombre reel	يدين عارسك	real number	gerçek sayi	real sayda
відповідати (чому?)	correspondre	قفاو	correspond	uygun	uyğ
координата, -и	coordonnee	يدين عارسك	coordinate	koordinat	koordinasiya
будь-який, -а, е, і	tout	أي	any	herhangi	hər hansı bir

### ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!

1. **Що**(З.в.) можна представити(подати) у вигляді **чого**(Р.в.)/як **що**(З.в.).

**Число** можна представити у вигляді **дроби**/як **дріб**.

2. **Чому** (Д.в.) відповідає **що** (Н.в.) **де** (М.в.).

**Кожному дійсному числу** відповідає тільки одна **точка на числовій вісі**.

3. **Що** (Н.в.) відповідає **чому**(Д.в.).

**Точка К** відповідає **іраціональному числу**  $\sqrt{2}$ .

4. **Що**(Н.в.) належить **чому** (Д.в.).

**Число**  $\sqrt{2}$  належить **проміжку** (0;2).

5. **Що** (Н.в.) називається **чим**(О.в.).

**Всі раціональні і іраціональні числа** називаються **дійсними числами**.

**Завдання №2.** Слухайте і читайте текст №3.

Текст №3

### Дійсні числа

Якщо число можна подати у вигляді дроби  $\frac{a}{b}$  ( $a, b$  – цілі числа,  $b \neq 0$ ), то це

раціональне число. Наприклад: -7; 15; 0;  $\frac{1}{2}$ ; 3,5;  $18\frac{3}{7}$  - це раціональні числа.

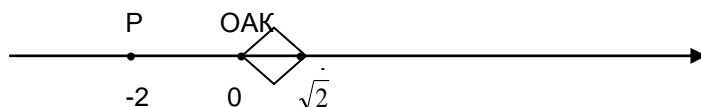
Цілі числа, звичайні дроби, скінчені десяткові дроби, нескінченні періодичні десяткові дроби – **це раціональні числа**.

Нескінченні неперіодичні дробі – це **ірраціональні числа**.

Наприклад:  $\sqrt{2}=1,41421356\dots$ ;  $\pi=3,1415926\dots$ ,  $e=2,71828\dots$  - це ірраціональні числа.

Всі раціональні і ірраціональні числа називаються **дійсними числами**.

Кожному дійсному числу відповідає тільки одна точка на числовій вісі. Кожній точці числової вісі відповідає тільки одне дійсне число.



Точці P відповідає число  $(-2)$ . Точка K відповідає ірраціональному числу  $\sqrt{2}$ .

(OA – сторона квадрата, OA=1, OK – діагональ квадрата, OK= $\sqrt{2}$ ).

**Виконайте вправи.**

**Вправа №1.** Дайте відповіді на питання. Напишіть відповіді у зошит.

1. Які числа називаються раціональними?
2. Які числа називаються ірраціональними?
3. Які числа називаються дійсними?

**Вправа №2.** Які з чисел є раціональними/ірраціональними?

$\frac{7}{2}$ ; 8,009;  $2\sqrt{3}$ ;  $-2\pi$ ;  $5\sqrt{0,9}$ ;  $\frac{1}{4}$ ;  $10, \overline{6}$ ...;  $-3\sqrt{49}$ ;  $\sqrt{0,25}$ ;  $-\sqrt{5}$ ;

**Вправа №3.** Якому з проміжків А)-Г) належить число  $\sqrt{5}$ ?

А)  $[3;4]$       Б)  $[3;+\infty)$       В)  $(-\infty; -3)$       Г)  $(-3; +\infty)$ .

**Вправа №4.** Запишіть будь-які три раціональні числа, більші за  $\frac{1}{4}$  і менші за  $\frac{1}{3}$ .

**Завдання №3.** Слухайте, повторюйте і читайте слова та словосполучення:

модуль числа	valeur absolue d'un nombre	مقياسا مطلقا	the absolute value of a number	bir sayinin modülü	bir ədəd modulu
протилежне число	nombre oppose	سكاعم	The opposite number	Tersi sayı	əks ədəd
позначати/позначити (кого? що? як?)	designer	يلزمري	to denote, to mark	işaret	göstərmək
основна властивість	fundamental parente	تأسيسا	fundamental property	temel (esus) mülk	əsas əmlak
будь-який, -а, -е, -і	n'importe quel	أي	any	herhangi	hər hansı bir
добуток, -ия	produit	برضلصاد	product	ürün	məhsul
частка, -и		تمسقلصاد	quotient	özel	şəxsi
сума, -и	somme	عومجم	sum	toplam	məbləğ
різниця, -и	difference	قرف	difference	fark	fərq
відстань, -і	distance	تفاسم	distance	mesafe	məsafə
множина точок	ensemble de point	طاقذعومجم	set of points	puan seti	bal yimaq
задовольняти/задовольнити (чому?)	satisfaire	باجا(ی)	satisfy	karşılamaq	təmin edir
співвідношення	relation	بسانت	ratio	oran	parite
вказувати/вказати (що? де?)	montrer, designer	يلاراشا	specify designate	belirtmek	göstərir

**ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!**

1. **Що** (Н.в.) позначається як
2. **Що** (Н.в.) не менше чого (Р.в.).
3. **Що** (Н.в.) не більше чого (Р.в.).
4. Від **чого** (Р.в.) до **чого** (Р.в.).

**Модуль числа  $a$**  позначається  $|a|$ .

**Модуль різниці** не менше **різниці модулів**.

**Модуль суми** не більше **суми модулів**.

Від **точки 0** до **точки** з координатою  $a$ .

Модуль дійсного числа.

**Модуль (абсолютна величина)** дійсного числа  $a$  – це само це число  $a$ , якщо  $a \geq 0$  і протилежне число  $-a$ , якщо  $a < 0$ .

Модуль числа  $a$  позначається  $|a|$ .

$$|a| = \begin{cases} a, & \text{якщо } a > 0; \\ -a, & \text{якщо } a < 0 \\ 0, & \text{якщо } a = 0 \end{cases}$$

Наприклад:  $|25| = 25, (25 > 0); |-2| = -(-2) = 2 (-2 < 0)$ .

**Пишемо**

$$|25| = 25$$

$$|-2| = 2$$

**Читаємо**

модуль двадцяти п'яти дорівнює двадцяти п'яти;

модуль мінус двох дорівнює двом.

**Основні властивості модуля.**

Якщо  $a$  і  $b$  – будь-які дійсні числа, то

1.  $|a| \geq 0$  (модуль числа  $a$  не менше нуля);

$$a = 19$$

$$b = 0$$

$$c = -12$$

$$|a| = 19$$

$$|b| = 0$$

$$|c| = 12 > 0$$

2.  $|a| = |-a|$ , (модуль  $a$  дорівнює модулю мінус  $a$ );

$$a = 7$$

$$-a = -7$$

$$|a| = |7| = 7$$

$$|-a| = |-7| = 7$$

$$|-7| = |7|$$

3.  $|a| \geq a$ , (модуль  $a$  не менше  $a$ );

$$a = 2$$

$$|2| = 2$$

$$|a| = a;$$

$$a = -4$$

$$|-4| = 4$$

$$|a| > a.$$

4.  $|a_1 a_2 a_3 \dots a_n| = |a_1| \cdot |a_2| \cdot |a_3| \cdot \dots \cdot |a_n|$  (модуль добутку дорівнює добутку модулів);

$$|(-2) \cdot 5 \cdot (-1)(-3)| = |-30| = 30;$$

$$|(-2) \cdot 5 \cdot (-1)(-3)| = |-2| \cdot |5| \cdot |-1| \cdot |-3| = 2 \cdot 5 \cdot 1 \cdot 3 = 30,$$

$$|(-2) \cdot 5 \cdot (-1)(-3)| = |-2| \cdot |5| \cdot |-1| \cdot |-3|$$

5.  $\left| \frac{a}{b} \right| = \frac{|a|}{|b|}$ , ( $b \neq 0$ ), (модуль частки дорівнює частці модулів);

$$\left| \frac{-5}{12} \right| = \frac{5}{12}; \quad \frac{|-5|}{|12|} = \frac{5}{12}; \quad \left| \frac{-5}{12} \right| = \frac{|-5|}{|12|}$$

6.  $|a + b| \leq |a| + |b|$ , (модуль суми не більше суми модулів);

$$6a) |a + b| = ? \quad |1 + (-12)| = |1 - 12| = |-11| = 11$$

$$a = 1; \quad |1| + |-12| = 1 + 12 = 13$$

$$b = -12; \quad |1 + (-12)| < |1| + |-12|$$



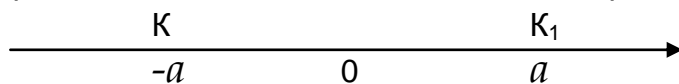
$$\begin{array}{l|l}
 66) \quad |a+b|=? & |6+13|=|19|=19 \\
 a=6; & |6|+|13|=6+13=19 \\
 b=13; & |6+13|=|6|+|13|
 \end{array}$$

7.  $|a-b| \geq |a| - |b|$  (модуль різниці не менше різниці модулів).

$$\begin{array}{l|l}
 7a) \quad |a-b|=? & |2-99|=|-97|=97 \\
 a=2; & |2|-|99|=2-99=-97 \\
 b=99; & |2-99| > |2|-|99|
 \end{array}$$

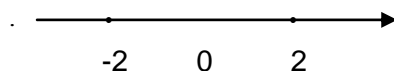
$$\begin{array}{l|l}
 7б) \quad |a-b|=? & |22-12|=|10|=10 \\
 a=22; & |22|-|12|=22-12=10 \\
 b=12; & |22-12|=|22|-|12|.
 \end{array}$$

**Модуль числа  $a$  ( $|a|$ )** – це відстань на числовій вісі від точки 0 до точки з координатою  $a$ , якщо  $a \geq 0$ , і до точки з координатою  $-a$ , якщо  $a < 0$ .



Наприклад: а) На числовій вісі укажіть множину точок, яка задовольняє співвідношенню  $|x|=2$ .

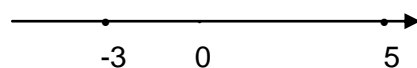
Розв'язання:



$$\begin{array}{l}
 x_1=2; \\
 x_2=-2.
 \end{array}$$

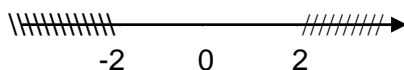
б)  $|x-1|=4$ ;

$$\begin{array}{ll}
 x-1=4 & x-1=-4 \\
 \underline{x=5.} & \underline{x=-3.}
 \end{array}$$



в)  $|x| > 2$ ;

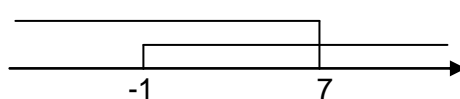
$$\begin{array}{ll}
 \underline{x > 2;} & -x > 2; \\
 & \underline{x < -2.}
 \end{array}$$



г)  $|x-3| < 4$ ;

$$\begin{array}{ll}
 x-3 < 4 & -(x-3) < 4
 \end{array}$$

$$\begin{array}{ll}
 \underline{x < 7.} & -x+3 < 4, \\
 & -x < 1, \\
 & \underline{x > -1}
 \end{array}$$



**Виконайте вправи.**

**Вправа №5.** Відповідайте на питання.

1. Що таке модуль?
2. Як позначається модуль?
3. Які основні властивості модуля?
4. Покажіть визначення модуля на числовій вісі.

**Вправа №6.** Напишіть українською мовою:

$$\begin{array}{llll}
 \text{а)} \quad |-3|=3 & \text{б)} \quad |x| \geq 0 & \text{в)} \quad |4|=4 & \text{г)} \quad |-1|=1
 \end{array}$$

**Вправа №7.** Обчисліть:

$$\begin{array}{ll}
 \text{а)} \quad \left| \frac{x-1}{2-x} \right|, \text{ якщо } x=-3; & \text{б)} \quad \left| \frac{5x-3}{x^2+2} \right|, \text{ якщо } x=-1.
 \end{array}$$

**Вправа №8.** На числовій вісі укажіть множину точок, які задовольняють співвідношенням:

а)  $|x + 2| = 5$ ; б)  $|5 - 2x| = 3$  в)  $|x - 3| = 2$ ; г)  $|x| \geq -1$ ;

**Вправа №9.** Оберіть правильну відповідь:

$|\sqrt{81} - 1^8| = ?$  А) -9 Б) 80 В) 8 Г) -8

### Заняття №13.

#### Степінь з натуральним і цілим показником.

**Завдання №1.** Слухайте, повторюйте і читайте слова та словосполучення:

підносити/піднести (що? у що? до чого?)	elever	موقی للعفری	involute involve	işeri kivrık	yükseltmek
ступінь, -і	puissance	سأ	exponent	kuvvet	dərəcə
основа степеня	basedepuissance	سأسلا	base of power	derece temeli	dərəcə təməli
показник степеня	exposantdepuissance	موقلا سأسلا رادقم	indexof power	üs	göstəricisi
піднести до степеня	elever a une puissance	موقی للعفرلا	involute	işeri kivrık	yükseltmek
натуральний показник	exposan naturelle	سأسأ یعیطل ماعم	natural index	doğal üs	təbil göstəricidir
цілий показник	exposan entier	یحصل ماعم	integer exponent	bütün üs	bütün exponat
стандартний запис числа (стандартний вид числа)	standardize forme	رستمی سأس دء	standard form	Sayinin standart formu	nömrəsi standart formasi
однаковий, -а, -е, -і	egal, pareil	لثامم (لثامتم)	common, identic	ayni	eyni
поспідовно	successivement	یلاوتلأ	consequent	arca arcaya	ardicil olaraq
спрощувати/спростити (що?)	simplifier	طسب	simplify	basitleştirmek	sadələşirmək
немає сенсу	cela n'a pas le sens	تقرعم تمیق لکلمی لا	make no sense	hiç mantıklı değil	heç bir mənası yoxdur
означення	definition	دیحد	determination	belirlenmesi	müəyyənleşdirilməsi
виконувати/виконати (що?)	remplir, realiser	یذوی (ذقید)	to do	yürütmek	həyata keçirin
формулювати/сформулювати (що?)	formuler	غیصید	formulate	hazırlamak	formalaşdırmaq

#### ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!

- Піднести **що**(З.в.) до **чого**(Р.в.) Піднести **число** до **степеня**.
- Піднесення **чого** (Р.в.) до **чого**(Р.в.) Піднесення **числа** до **степеня**.
- Що** (Н.в.) в **якому** степені. **Число  $a$**  в **якому** степені.

**Завдання №2.** Слухайте і читайте текст № 5

#### Текст №5

Піднесення до степеня – це математична дія.

**Означення:** Якщо  $n$  - натуральне число, то  $n$ -ий ступінь числа  $a$  – це добуток  $n$  множників, що дорівнюють  $a$ .

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$$

$n$  множників

$a$  – основа степеня;  $n$ -показник степеня.

**Пишемо**

$$a^2$$

$$a^3$$

**Читаємо**

$a$  в квадраті =  $a$  квадрат

$a$  в кубі =  $a$  куб

$a^4$	<b>[Що в якому степені]</b> $a$ в <b>четвертому</b> степені;
$a^{28}$	$a$ в <b>двадцять восьмому</b> степені;
$a^0$	$a$ в <b>нульовому</b> степені;
$a^{-1}$	$a$ в <b>мінус першому</b> степені;
$a^{-2}$	$a$ в <b>мінус другому</b> степені;
$a^n$	$a$ в <b>енному</b> степені ( $a$ в степені $n$ ).

	<b>[Що в степені скільки]</b>
$a^{n+1}$	$a$ в степені <b>ен плюс один</b> ;
$a^m$	$a$ в степені <b>ем</b>

Якщо  $a \neq 0$ , то

$$a^0 = 1$$

$$a^{-1} = \frac{1}{a}; \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

**Пишемо**

$$2^2 = 2 \cdot 2 = 4$$

$$2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2 = 8$$

$$3^0 = 1$$

$$3^{-1} = \frac{1}{3}$$

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-2} = 9$$

**Читаємо**

два в квадраті дорівнює чотирьом

два в кубі дорівнює восьми;

три в нульовому степені дорівнює одному.

три у мінус першому степені дорівнює одній третій.

одна третя у мінус другому степені дорівнює дев'яти.

### Властивості степеня.

1) Множення степенів з однаковими основами:

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^{m+n} = a^m \cdot a^n$$

2) Ділення степенів з однаковими основами:

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$

$$a^{m-n} = a^m : a^n$$

3) Піднесення степеня до степеня:

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$a^{mn} = (a^m)^n;$$

4) Степінь добутку:

$$(ab)^n = a^n b^n,$$

$$a^n b^n = (ab)^n;$$

5) Степінь частки:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$

$$\frac{a^n}{b^n} = \left(\frac{a}{b}\right)^n, \quad b \neq 0$$

Дія піднесення до степеня в прикладі виконується першою, потім виконується множення і ділення, потім додавання і віднімання послідовно.

### Дії зі степенями.

1) Обчислити:

а)  $2^5 \cdot 2^2 = 2^{5+2} = 2^7$ ;

б)  $3^8 : 3^2 = 3^{8-2}$ ;

в)  $(2^3)^2 = 2^{3 \cdot 2} = 2^6$ ;

г)  $2^2 \cdot 3^2 = (2 \cdot 3)^2 = 6^2 = 36$ ;

д)  $\left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{1}{4^3} = \frac{1}{64}$ .

2) Виконати дії:  $(-2)^3 \cdot (-5) - 2^4 : (-2)^2 - 5^2 - (2^2 - 3^2)$ ;

1)  $(-2)^3 = -8$ ;  $2^4 = 16$ ;  $(-2)^2 = 4$ ;  $5^2 = 25$ ;  $2^2 = 4$ ;  $3^2 = 9$ ;

2)  $(-2)^3 \cdot (-5) = -8 \cdot (-5) = 40$ ;

3)  $2^4 : (-2)^2 = 16 : 4 = 4$ ;

4)  $2^2 - 3^2 = 4 - 9 = -5$ ;

5)  $40 - 4 - 25 - (-5) = 16$ ;

$$(-2)^3 \cdot (-5) - 2^4 : (-2)^2 - 5^2 - (2^2 - 3^2) = 16.$$



декілька	plusieurs	كثير	a little, some	birkaç	bir neçə
буквений вираз	expression de lettre	فرداً بلفرايد	literal expression	alfabetik ifade	əlifba ifadə
член, -и	membre, terme	حد	element	üye	üzv
подібні члени	termes semblables	تهيات متشابهة	similar terms	benzer üyeler	oxşar üzvlər
приводити/ привести (що?)	réduire termes	لورد	collect terms	bu tür üyeler getirmek	belə üzvləri gətirin
кожний, -а, -е, -і	chaque	لك	apiece, every	her	hər biri
дужка, -и	parenthèse	سوق	bracket	destek	bracket
розкрити дужки	chaser les parenthèses	س او لا افك	open the bracket	açık parantez	açıq parantezlər
розташовувати/ розташувати (що? де? як?)	disposer	بترتيب	put, have available	düzenlemek için	təşkil edir
спадати	decroisser	صقانتهم	decrease	azaltmak	zərif
складатися з (чого?)	se composer de	نم نوكتيب	to consist of	oluşmak	ibarətdir

### ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!

- |  |   |
|--|---|
| 1. <b>Що</b> (Н.в.) складається з <b>чого</b> (Р.в.) | <b>Двочлен</b> складається з <b>двох членів</b> .   |
| 2. Привести <b>що</b> (З.в.)                         | Привести <b>подібні члени</b> .                     |
| 3. Розкрити <b>що</b> (З.в.)                         | Розкрити <b>дужки</b> .                             |
| 4. Розташувати <b>що</b> (З.в.) <b>як</b>            | Розташувати <b>многочлени по спадних степенях</b> . |

### Завдання №2. Слухайте і читайте текст № 6

#### Текст №6

#### Одночлени і многочлени.

**Одночлен** – це добуток, який складається з числового множника (коефіцієнта) і однієї або декількох букв у натуральному степені.

Наприклад:  $3a^2b$  – це одночлен;

$3$  – це коефіцієнт;

$a^2b$  – це буквений вираз;

$-5xy$ ;  $cb^4$ ;  $2ab$  – це теж одночлени.

**Многочлен** – це алгебраїчна сума декількох одночленів.

Сума, різниця і добуток одночленів – це теж многочлен.

Наприклад:  $5x+y$ ;  $-4z-3ab^2$  – це многочлени;

$5x + y$  – це двочлен (складається з двох членів);

$7a - b^2 + c^3$  – це тричлен (складається з трьох членів);

$7a$ ;  $-b^2$ ;  $c^3$  – це члени многочлена;

$4ab$ ,  $-3ab$ ,  $ab$  – це подібні члени многочлена.

Привести подібні члени – це означає скласти їх коефіцієнти.

Наприклад:  $4ab - 3ab + ab = 2ab$ ;

#### 1) Додавання і віднімання многочленів.

Щоб знайти суму або різницю многочленів, потрібно розкрити дужки (якщо вони є) і привести подібні члени.

Наприклад:

а)  $2x^2 - 3xy + y + (-x^2 + 6xy - y) = 2x^2 - 3xy + y - x^2 + 6xy - y = x^2 + 3xy$ ;

б)  $9m - 3k - (12k + km - m) = 9m - 3k - 12k - km + m = 10m - 15k - km$ .

#### 2) Множення многочленів.

Щоб знайти добуток многочленів, потрібно кожний член першого многочлена помножити на кожний член другого многочлена.

Наприклад:

а)  $(3a^2 - 7) \cdot (a + 2) = 3a^2 \cdot a + 3a^2 \cdot 2 - 7 \cdot a - 7 \cdot 2 = 3a^3 + 6a^2 - 7a - 14$ .

б)  $(2x - y) \cdot (3x - y^2 + 5y) = 2x \cdot 3x - 2x \cdot y^2 + 2x \cdot 5y - y \cdot 3x + y \cdot y^2 - y \cdot 5y = 6x^2 - 2xy^2 + 10xy - 3xy + y^3 - 5y^2 = 6x^2 - 2xy^2 + 7xy + y^3 - 5y^2$ .

### 3) Ділення многочленів.

Щоб знайти частку двох многочленів потрібно розташувати многочлени по спадних степенях і виконати ділення.

Наприклад:

$$а) 6a^4b^2 - 7a^3b + 3,6a^2b^3 : 2a^2b = \frac{6a^4b^2}{2a^2b} - \frac{7a^3b}{2a^2b} + \frac{3,6a^2b^3}{2a^2b} = 3a^2b - 3,5a + 1,8b^2.$$

$$б) (5x^3 + 14x^2 + 12x + 8) : (x + 2);$$

$$\begin{array}{r|l} 5x^3 + 14x^2 + 12x + 8 & x + 2 \\ \hline 5x^3 + 10x^2 & \\ \hline 4x^2 + 12x & \\ 4x^2 + 8x & \\ \hline 4x + 8 & \\ 4x + 8 & \\ \hline 0 & \end{array}$$

$$(5x^3 + 14x^2 + 12x + 8) : (x + 2) = 5x^2 + 4x + 4$$

**Виконайте вправи.**

**Вправа №1.** Дайте відповіді на питання.

1. Що таке одночлен?
2. Що таке многочлен?
3. Які члени многочлена називаються подібними?
4. Як скласти многочлени?
5. Як помножити многочлен на многочлен?
6. Як розділити многочлен на многочлен?

**Вправа №2.** Виконайте дії.

$$а) \frac{1}{3} a^{m+n} b^2 c^4 \cdot \frac{1}{2} a^{2n} b^m c$$

$$б) (3y^2 - 2xy) \cdot (2x^3y + 4xy^2);$$

$$в) (x+2a) \cdot (x^2 - xa + 2a^2) - (x - a) \cdot (x^2 + ax + a^2);$$

$$г) 3x(-2xy^2) + 4x \cdot 5xy^2 - (5xy^2)^2 + 8x^2y^4.$$

**Вправа №3.** Знайдіть значення виразу  $-7(1,2x+4y)-4,2(-2x-5p)$ , якщо  $p=0,2$ ;  $y=-0,1$ ;  $x=193,5$ .

**Вправа №4.** Оберіть правильну відповідь завдання:

- 1) Подайте у вигляді многочлена вираз  $(2x+1)(2x+1)$ :  
А)  $(2x+1)^2$     Б)  $4x^2+1$     В)  $4x^2+4x+1$     Г)  $4x^2+2x+1$ .
- 2) Знайдіть квадрат одночлена  $-2xy^3$ :  
А)  $-4x^3y^6$     Б)  $-4x^2y^6$     В)  $4x^2y$     Г)  $8x^5y^3$

**Завдання №3.** Слухайте, повторюйте і читайте слова та словосполучення:

формули скороченого множення	formules de multiplication réduite (abregée)	برصلا تمغيص رصتخملا	formulas of abridged multiplication	indirgenmiş çarpma formülleri	azaltılmış çarpma formulaları
різниця квадратів	difference de carrés	نبيعمر نيد قرف	difference of two squares	kareler farki	meydanlarin fərqi
квадрат різниці	carré de difference	عبيرتلا قرف	square of difference	kare fark	kvadrat fərk
квадрат суми	carré de la somme	عبيرتلا عومجم	square of the sum	toplamin karesi	məbləğin kvadrati
куб суми	cubede la somme	بيعتكلا عومجم	cube of the sum	toplamin küpü	məbləğin kub
куб різниці	cube de difference	بيعتكلا قرف	cube of difference	fark küpü	fərqli kub
сума кубів	somme de cubes	نبيعكم عومجم	sum of cubes	Küplerin	kublar məbləği
різниця кубів	différence de cube	نبيعكم قرف	cube difference	küp farkı	kub fərqi

**Завдання №4.** Слухайте і читайте текст №7Текст №7**Формули скороченого множення**

Формула		Назва
$a^2 - b^2$	$a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$	різниця квадратів
$(a + b)^2$	$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$	квадрат суми
$(a - b)^2$	$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$	квадрат різниці
$(a + b)^3$	$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3$	куб суми
$(a - b)^3$	$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3$	куб різниці
$a^3 + b^3$	$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$	сума кубів
$a^3 - b^3$	$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$	різниця кубів

**Приклад 1.** Виконати дії.

а)  $(2x + y)^2 = (2x)^2 + 2 \cdot 2x \cdot y + y^2 = 4x^2 + 4xy + y^2$ ;

б)  $(3x - 5y)^2 = 9x^2 - 2 \cdot 3x \cdot 5y + 25y^2 = 9x^2 - 30xy + 25y^2$ ;

в)  $100x^2 - 9y^2 = (10x)^2 - (3y)^2 = (10x - 3y)(10x + 3y)$ ;

г)  $(a - 2b)^3 = a^3 - 3a^2 \cdot 2b + 3a(2b)^2 - (2b)^3 = a^3 - 6a^2b + 12ab^2 - 8b^3$ .

**Приклад 2.** Доведіть, що  $(m + n)^2 - (m - n)^2 = 4mn$ .

$$(m + n)^2 - (m - n)^2 = m^2 + 2mn + n^2 - (m^2 - 2mn + n^2) = m^2 + 2mn + n^2 - m^2 + 2mn - n^2 = 4mn.$$

**Завдання №5.** Слухайте, повторюйте і читайте слова та словосполучення:

спосіб, -и	méthode	تقيرط	method	yolu	yol
виносити/винести (що?)(куди?)	mettre	جرحيد	put outside	parantez yapmak	çıkarın
групування	groupage	عجمجت	formal manipulation	grup	grupu
групувати (що?)	grouper	تاعومجمي فم ضد	group together	grup	grupu
спільний множник	commun facteur	لعر تشمل ماء	common multiplier	ortak faktör	ümumi amil
застосовувати/застосувати (що? де?)	appliquer	لعمتل مدختسا سلا	use, apply	uygulamak	müraciət edin
застосування	application	لعمتل سلا	application	uygulamasi	tetbiqi
розкласти/розкласти (що?)	décomposer	الى عامل	decompose	genişletilmiş	ayrılmaq
розкладання	decomposition	العوملة	decomposition	genişleme	çürüməsi
спрощувати/спростити (що?)	pour simplifier	لتبسيط	simplify	basitleştirmek	asanlaşdırm aq üçün

**ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!**

1. Розкласти **що** (З.в.) на **що** (З.в.)
2. Винести **що** (З.в.) за **що** (З.в.)
3. Винесення **чого** (Р.в.) за **що** (З.в.)
4. Запишіть **що** (З.в.) як.

- Розкласти **многочлен** на **множники**.  
Винести **спільний множник** за **дужки**.  
Винесення **спільного множника** за **дужки**.  
Запишіть **многочлен** у вигляді **добутку**.

**Завдання №6.** Слухайте і читайте текст № 8Текст №8**Розкладання многочлена на множники.**

**Розкласти многочлен на множники** – це означає записати його у вигляді добутку одночленів і многочленів.

Основні способи розкладання многочлена на множники – це:

- **винесення спільного множника за дужки;**
- **спосіб групування;**
- **застосування формул скороченого множення.**

### 1) Винесення загального множника за дужки.

**Приклад 1.** Розкласти многочлен на множники:

а)  $15a^3x + 3a^2x - 9ax$

Спільний множник усіх членів многочлена  $3ax$ . Винесемо  $3ax$  за дужки (Розділимо кожний член многочлена на  $3ax$ ).

$$15a^3x + 3a^2x - 9ax = \underline{3ax \cdot 5a^2} + \underline{3ax \cdot a} - \underline{3ax \cdot 3} = 3ax(5a^2 + a - 3).$$

Ми розклали многочлен  $15a^3x + 3a^2x - 9ax$  на множники:  $3ax(5a^2 + a - 3)$ .

б)  $12a^5b^6 - 9a^4bc^3d + 3a^3b^2c = \underline{3a^3b \cdot 4a^2b^5} - \underline{3a^3b \cdot 3ac^3d} + \underline{3a^3b \cdot bc} = 3a^3b(4a^2b^5 - 3ac^3d + bc).$

### 2) Спосіб групування

**Приклад 2.** Розкласти многочлен на множники:

а)  $x^2y - z^2x + y^2x - yz^2$

Члени цього многочлена не мають спільного множника. Згрупуємо члени многочлена:

$$x^2y - z^2x + y^2x - yz^2 = (x^2y - z^2x) + (y^2x - yz^2);$$

У кожній групі знайдемо спільний множник і винесемо його за дужки:  $x(xy - z^2) + y(yx - z^2)$ .

У кожній групі є спільний множник  $(xy - z^2)$ . Винесемо його за дужки:

$$x^2y - z^2x + y^2x - yz^2 = (x^2y - z^2x) + (y^2x - yz^2) = x(xy - z^2) + y(yx - z^2) = (xy - z^2)(x + y).$$

Ми розклали многочлен  $x^2y - z^2x + y^2x - yz^2$  на множники:  $(xy - z^2)(x + y)$  способом групування.

### 3) Застосування формул скороченого множення.

**Приклад 3.** Розкласти многочлен на множники:

а)  $27a^3 + 125b^3 = (3a)^3 + (5b)^3;$

Застосуємо формулу "сума кубів":

$$(3a)^3 + (5b)^3 = (3a + 5b) \cdot ((3a)^2 - 3a \cdot 5b + (5b)^2) = (3a + 5b) \cdot (9a^2 - 15ab + 25b^2).$$

Ми розклали многочлен  $27a^3 + 125b^3$  на множники  $(3a + 5b)(9a^2 - 15ab + 25b^2)$  за допомогою формули "сума кубів".

б)  $9p^2 + 30pt + 25t^2 = (3p)^2 + 2 \cdot 3p \cdot 5t + (5t)^2 = (3p + 5t)^2.$

Ми розклали многочлен  $9p^2 + 30pt + 25t^2$  на множники  $(3p + 5t)^2 = (3p + 5t)(3p + 5t)$  за допомогою формули "квадрат суми".

**Виконайте вправи.**

**Вправа №5.** Дайте відповіді на питання.

1. Які ви знаєте формули скороченого множення?
2. Що означає "розкласти многочлен на множники"?
3. Які способи розкладання многочлена на множники ви знаєте?

**Вправа №6.** Розкладіть многочлени на множники.

Який спосіб ви застосували в кожному прикладі?

а) $2a - 2b;$	г) $ax - by - ay + bx;$	є) $4a^8b - 40a^4b^2;$
б) $5x - 3xy;$	д) $a^3 + a^2 + a + 1;$	ж) $xy + xz + yz + yu;$
в) $10ax - 25bx - 20x^2;$	е) $t^3 - t^5;$	з) $b^3 + b^2c - b^2d - bcd.$

**Вправа №7.** Спростіть:

а)  $(a - 2b)^3 - (a + 2b)^3;$   
б)  $(2a - x)^2 - 8(a - x^2) + 5(1 + a)(1 - a).$

**Вправа №8.** Оберіть правильну відповідь завдання. Спростіть вирази:

1) $5x^2y(-2x^2y)^2=?$	А) $-10x^4y^3$	Б) $100x^6y^3$	В) $20x^6y^2$	Г) $20x^6y^3;$
2) $12x(2p^{-3}x)^{-1}=?$	А) $24px^{-2}$	Б) $6p$	В) $6p^3$	Г) $24p^{-3}.$



## Заняття №15.

### Дії з дробами. Тотожні перетворення раціональних виразів.

**Завдання №1.** Слухайте, повторюйте і читайте слова та словосполучення:

значення	valeur	قيمة (مَوْفِق)	value	anlam	məna
алгебраїчний дріб	fraction algebrique	كسْر جبري	algebraic fraction	cebirsel kesir	cəbri fəsil
одночлен, -и	monome	دحلانيو	monomial	tek terimli	miyom
многочлен, -и	polinome	دودحلا ريتك	polinomial	polinom	polinom
змінна, -і	variable, inconnu	متغير (مَوْفِق)	disposal variable	değişken	dəyişən
область допустимих значень	domaine d'existence	مَوْفِق مسملا مھافم لال اجم	acceptable region	izin verilen aralik	icazə verilən sira
звільняти/звільнити (що?)	se debarrasser	فدحل (از ا)	rationalize	irrasyonel olmayan şey	səmərəsizliyiindən azaddir
спільний знаменник	denominateur commun	مءلام (دحوملا) ملا	common denominator	ortak payda	ümumi məxrəc
змінювати/змінити (що?)	changer	ريغير	transform	değiştirmek	dəyişiklik
не мати сенсу	cela n'a pas le sens	مفرد عميقا لمي لا	make no sense	hiç mantikli değil	heç bir mənası yoxdur

### ЗВЕРНІТЬ УВАГУ

1. **Що** (Н.в.) має **що** (З.в.)

**Вираз** має вигляд  $\frac{P}{Q}$ .

2. **Що** (Н.в.) не має **чого** (Р.в.)

**Дріб** не має **сенсу**.

3. **Чим** (О.в.) називається **що** (Н.в.)

**Алгебраїчним дробом** називається **вираз**, що має вигляд  $\frac{P}{Q}$ , де  $P \in Q$  – многочлени ( $Q \neq 0$ ).

**Завдання №2.** Слухайте і читайте текст № 9

**Текст №9**

**Алгебраїчним дробом** називається вираз, що має вигляд  $\frac{P}{Q}$ ,

де  $P \in Q$  – многочлени ( $Q \neq 0$ ).

Многочлен  $P$  – чисельник дробу; многочлен  $Q$  – знаменник дробу.

Наприклад:  $\frac{2}{a}$ ;  $\frac{5x-2}{1+x}$ ;  $\frac{(x^2-4)(2x+1)}{3x-2}$ ;  $\frac{ac+b}{ab-c}$  - це алгебраїчні дробу.

Якщо знаменник дробу дорівнює нулю, дріб не має сенсу.

Значення змінної, при яких знаменник дробу не дорівнює нулю, називають **областю допустимих значень (ОДЗ)**.

Наприклад: У дробу  $\frac{5x-2}{1+x}$  знаменник  $1+x$  дорівнює нулю, якщо  $x=-1$ . ( $1+x=0 \Rightarrow x=-1$ ).

Областю допустимих значень (ОДЗ) є всі дійсні числа, окрім  $-1$ .

**ОДЗ:**  $x \in (-\infty; -1) \cup (-1; +\infty)$

**Основна властивість алгебраїчного дробу:**

- якщо чисельник і знаменник алгебраїчного дробу помножити або розділити на одне і те ж саме число, одночлен або многочлен, (що не дорівнюють 0), то значення алгебраїчного дробу не зміниться.

$$\frac{P}{Q} = \frac{P \cdot R}{Q \cdot R}, \quad (Q, R \neq 0) \text{ цілі алгебраїчні вирази}$$

Наприклад:  $\frac{x^2}{(x-2)} = \frac{x^2(x+2)}{(x-2)(x+2)} = \frac{x^2(x+2)}{x^2-4}$ .

**Скоротити дріб** – це означає розділити чисельник і знаменник на їх спільний множник, який не дорівнює нулю.

Наприклад: а)  $\frac{5a}{10b} = \frac{5a:5}{10b:5} = \frac{a}{2b}$ ; б)  $\frac{18a^4b^3c}{12ab^4c^2} = \frac{3a^3}{2bc}$ ;

в)  $\frac{a^2-5ab}{a^2b-5ab^2} = \frac{a(a-5b)}{ab(a-5b)} = \frac{1}{b}$ ; г)  $\frac{m^2-2mn+n^2}{m-n} = \frac{(m-n)^2}{m-n} = m-n$ .

### Дії з алгебраїчними дробами.

#### 1) Звести дробі до спільного знаменника:

$\frac{2}{3a^4b^2}$  і  $\frac{7}{11a^2b}$ ; Спільний знаменник цих дробів – це одночлен  $33a^4b^2$ .

$33a^4b^2:3a^4b^2=11$  – це додатковий множник до першого дробу;

$33a^4b^2:11a^2b=3a^2b$  – це додатковий множник до другого дробу.

Зведемо дробі до спільного знаменника:

$\frac{2}{3a^4b^2} = \frac{11 \cdot 2}{11 \cdot 3a^4b^2} = \frac{22}{33a^4b^2}$ ;  $\frac{7}{11a^2b} = \frac{7 \cdot 3a^2b}{11a^2b \cdot 3a^2b} = \frac{21a^2b}{33a^4b^2}$ .

#### 2) Додавання та віднімання дробів

- з однаковими знаменниками:

$\frac{a}{m} + \frac{b}{m} = \frac{a+b}{m}$ ;  $\frac{a}{m} - \frac{b}{m} = \frac{a-b}{m}$ ;

- з різними знаменниками:

$\frac{a}{m} - \frac{b}{n} = \frac{an-bm}{mn}$

$\frac{13}{2x-6} + \frac{2x}{x^2-9} = \frac{13}{2(x-3)} + \frac{2x}{(x-3)(x+3)} = \frac{13(x+3)+2x \cdot 2}{2(x-3)(x+3)} = \frac{13x+39+4x}{2(x^2-9)} = \frac{17x+39}{2(x^2-9)}$

#### 3) Множення дробів

$\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d} = \frac{a \cdot c}{b \cdot d}$ ; ( $b, d \neq 0$ );  $\frac{9cx^3}{16ab} \cdot \frac{2ab^2}{cxy} = \frac{9x^2b}{8y}$ ;

#### 4) Ділення дробів

$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$ ; ( $b, d \neq 0$ )  $\frac{10a^5b^3c}{9d^4k^2} : \frac{5a^4b^4}{3d^7k} = \frac{10a^5b^3c}{9d^4k^2} \cdot \frac{3d^7k}{5a^4b^4} = \frac{2acd^3}{3k}$ .

### Виконайте вправи.

**Вправа №1.** Дайте відповіді на питання.

1. Що називається алгебраїчним дробом?
2. Сформулюйте основну властивість алгебраїчного дробу.
3. Що означає скоротити дріб?

**Вправа №2.** Скоротіть дробі:

а)  $\frac{a-b}{b-a}$ ; б)  $\frac{3x^3y}{-12x^2y^5}$ ; в)  $\frac{(a-b)^2}{b^2-a^2}$ ; г)  $\frac{a^2-5ab}{a^2b-5ab^2}$ .

**Вправа №3.** Виконайте дії:

а)  $\frac{3}{ab} + \frac{2}{bc}$ ;

б)  $\frac{a}{m^2} + \frac{ab}{mn} + \frac{b}{n^2}$ ;

в)  $\frac{1}{a-2} - \frac{c}{b(2-a)}$ ;

г)  $\frac{5a-5b}{4a+4b} \cdot \frac{12a+12b}{15a-15b}$ ;

д)  $8a^2b^3 : (\frac{4ab^2}{5cd})$ ;

е)  $\frac{x^2+xy}{7x^2-7y^2} : \frac{x^2-xy}{5x^3+5y^3}$ .

**Вправа №4.** Знайдіть числове значення дробу

$\frac{a^2 - 2ab + b^2}{ab - b^2}$  при  $a=-0,5$ ;  $b=-1,5$ .

## Заняття №16.

### Корінь. Властивості кореня.

**Завдання №1.** Слухайте, повторюйте і читайте слова і словосполучення:

корінь/корені	racine	رذج	radical	kök	kök
показник кореня	exposant de racine	رذجال ماعم	index of radical	kök göstergesi	kökünün göstericisi
вираз, -и	expression	قراية	expression	ifade	ifadesi
підкореневий вираз	radicande	رذجالات تحتقراية	radical expression	yerli ifade	aboriginal ifade
добувати/добути (що? з чого?)	extraire la racine	ج رختسب	extract a root	özüt	çixariş
добування (чого? з чого?)	extraction	ج رختسب	rooting	kök çıkarma	bir kök çixarimasi
квадратний, -а, -е, -і	racine carree	ي عيرت	square root	kare	kvadrat
кубічний, -а, -е, -і	racine cube	ي عيركة	cube root	kübik	kub
будь-який, -а, -е, -і	n'importe quel	ي أ	some, certain	herhangi	hər hansı bir
арифметичний, -а, -е, -і	arithmetique	ي ياسد	arifmetical	aritimetic	aritimetic
невід'ємний -а, -е, -і	non négatif	ي بلسر يغ	non-negative	negative olmayan	qeyri-mənfi
від'ємний, -а, -е, -і	negative	ي بلسد	negative	negatif	mənfi
існувати	exister	دجاوتد	exist	mevcut	mövcuddur
натуральное число	nombre naturel	ي عيبط	natural number	döğal sayı	təbil sayda
дійсне число	nombre réel	ي قيقد	real number	ğerçek sayı	real sayda

### ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!

- Добувати **що** (З.в.) з **чого** (Р.в.) Добувати **корінь** з **числа**.
- Добування **чого** (Р.в.) з **чого** (Р.в.) Добування **кореня** з **числа**.
- Корінь **якого** степеня з **чого** (Р.в.) Корінь **четвертого** степеня з **двох**.

**Завдання №2.** Слухайте і читайте текст № 10.

### Текст №10

Якщо  $n$  – натуральне число ( $n \geq 2$ ),  $a$  і  $b$  – дійсні числа і  $b^n = a$ , то  $\sqrt[n]{a} = b$

$\sqrt[n]{\phantom{x}}$  - математичний знак кореня;

$a$  – підкореневий вираз;  $n$  – показник кореня.

**Пишемо**

**Читаємо**

$\sqrt{a}$

корінь квадратний з  $a$ ;

$\sqrt[3]{x}$

корінь кубічний з  $x$ ;

[Корінь **якого** степеня з **чого**]

$\sqrt[4]{2}$

корінь **четвертого** степеня з **двох**;

$\sqrt[n]{a}$

корінь **енного** степеня з  $a$ ;

$\sqrt[21]{21}$

корінь **двадцять першого** степеня з **двадцяти одного**;

[Корінь степеня скільки з чого]

$$\sqrt[n+1]{5}$$

корінь степеня ен плюс один з п'яти;

$$\sqrt[k-1]{b}$$

корінь степеня ка мінус один з b

### Основні властивості кореня.

\*Корінь парного степеня з додатного числа має два значення, рівних за модулем і протилежних за знаком.

Наприклад:  $\sqrt{16} = \pm 4$ ;  $\sqrt[4]{81} = \pm 3$ .

**Означення:** Арифметичний корінь **n-ого** степеня з додатного числа **a** – це додатне число, **n-ий** степінь якого дорівнює **a**.

Наприклад:  $\sqrt{25} = \pm 5$ ;

+5 – це арифметичний квадратний корінь з двадцяти п'яти;

$$\sqrt[4]{81} = \pm 3$$

+3 – це арифметичний корінь четвертого степеня з вісімдесяти одного.

\*Якщо **n** – парне число ( $n=2,4,6,\dots$ ), то вираз  $\sqrt[n]{a}$  має сенс тільки при  $a \geq 0$ .

\*Корінь парного степеня з від'ємного числа не існує. (Вираз  $\sqrt{-4}$  не має сенсу).

\*Корінь непарного степеня з додатного числа має тільки одне додатне значення.

Наприклад:  $\sqrt[3]{8} = 2$ , (3 – непарне число,  $8 > 0$ ,  $2 > 0$ ),

"корінь кубічний з восьми дорівнює двом".

\*Корінь непарного степеня з від'ємного числа має тільки одне від'ємне значення.

Наприклад:  $\sqrt[5]{-32} = -2$ , (5 – непарне число,  $-32 < 0$ ,  $-2 < 0$ ),

"корінь п'ятого степеня з мінус тридцяти двох дорівнює мінус двом".

\*Корінь з нуля дорівнює нулю. ( $\sqrt[n]{0} = 0$ ).

### Виконайте вправи.

**Вправа №1.** Дайте відповіді на питання.

1. Що таке арифметичний корінь n-ого степеня з додатного числа **a**?
2. Сформулюйте основні властивості кореня.

**Вправа №2.** Читайте. Напишіть українською мовою:

а)  $\sqrt{3}$ ; б)  $\sqrt[3]{1}$ ; в)  $\sqrt[5]{11}$ ; г)  $\sqrt[7]{2}$ ; д)  $\sqrt[48]{48}$ ; е)  $\sqrt[k-2]{4}$ .

**Вправа №3.** Сформулюйте основні властивості кореня. Запишіть їх в зошит.

**Завдання №3.** Слухайте, повторюйте і читайте слова і словосполучення:

вносити/внести (що? куди?)	mettre sous la racine	لأخذا (طحا)	bring under the root	kökü altına getirmek	kök altında götürmek
виносить/винести (кого? що? звідки?)	sortir de sous la racine	خرج	take out from under the root	kök altından çıkar	kök altında götürün
внесення	insertion de la racine	لأخذا	root insertion	kök ekleme	kök yerleşdirmə
винесення	enlever de la racine	يأخذ بعيدا عن الجزر	taking away from the root	kökünden uzaklaşmak	kökdən uzaqlaşdı
множник, -и	facteur	عامل	factor	faktör	çarpan
розглядати/розглянути (кого? що?)	considérer	تأمل (تفكير)	to consider	düşünmek	hesab et
спрощувати/спростити (що?)	pour simplifier	تبسيط	simplify	basitleştirmek	asanlaşdırm aq üçün
змінна, -і	variable	تغير	variable	değişken	dəyişən
алгебраїчний вираз	expression algébrique	تعبير جبري	algebraic expression	cebirsal ifade	cəbri ifadə

перетворювати/ перетворити (що?)	transformer	لوحیہ	transform	dönüştürmek	çevirmek
відповідність	correspondant	الامتثال	conformity	uyuma	eşleme
тотожно рівний	identiquement égal	متساوية تماما	identically equal	aynı şekilde eşit	bərabər bərabərdir

### ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!

1. Внести **що** (З.в.) **куди** (З.в.).
2. Внесення **чого** (Р.в.) **куди/під що** (З.в.)
3. Винести **що** (З.в.) **звідки/з-під чого** (Р.в.)
4. Винесення **чого** (Р.в.) **звідки/з-під чого** (Р.в.)
5. Перетворити **що** (З.в.)

- Внести **множник** під **корінь**.  
Внесення **множника** під **корінь**.  
Винести **множник** з-під **кореня**.  
Винесення **множника** з-під **кореня**.  
Перетворити **вираз**.

**Завдання №4.** Слухайте і читайте текст №11.

**Текст №11**

### Дії з коренями.

- 1) Добування кореня з добутку:  $\sqrt[n]{ab} = \sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b}$ ;
- 2) Добування кореня з дробу (частки):  $\sqrt[n]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}}, (b \neq 0)$ ;
- 3) Добування кореня з кореня:  $\sqrt[n]{\sqrt[k]{a}} = \sqrt[nk]{a}$ ;
- 4) Піднесення кореня до степеня:  $(\sqrt[n]{a})^k = \sqrt[n]{a^k}$ ;
- 5) Добування кореня із степеня:  $\sqrt[n]{a^k} = (\sqrt[n]{a})^k$ ;
- 6) Якщо  $0 \leq a < b$ , то  $\sqrt[n]{a} \leq \sqrt[n]{b}$ .

Наприклад: Виконати дії.

$$a) \sqrt[3]{1\frac{1}{8}} : \sqrt[3]{2\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{\frac{9}{8}} : \sqrt[3]{\frac{8}{3}} = \sqrt[3]{\frac{9}{8} \cdot \frac{3}{8}} = \sqrt[3]{\frac{27}{64}} = \frac{3}{4}.$$

Розглянемо приклади дій з коренями.

#### 1) Винесення множника з-під кореня.

Для парного степеня (n=2,4,6...): $\sqrt[n]{a^n} =  a $ ;	Для непарного степеня (n=3,5,7...): $\sqrt[n]{a^n} = a$ .
--	--

Наприклад: Винести множник з-під кореня.

$$a) \sqrt{a^3 b^5}; \quad б) \sqrt[4]{81 a^5 b}; \quad в) \sqrt[3]{256 a^7 b^{15}}.$$

$$a) \sqrt{a^3 b^5} = |a| b^2 \sqrt{ab} = \begin{cases} ab^2 \sqrt{ab}, & \text{якщо } a \geq 0; \\ -ab^2 \sqrt{ab}, & \text{якщо } a < 0. \end{cases}$$

$$б) \sqrt[4]{81 a^5 b} = \sqrt[4]{3^4 a^5 b} = 3a^2 \sqrt[4]{ab};$$

$$в) \sqrt[3]{256 a^7 b^{15}} = \sqrt[3]{2^8 a^7 b^{15}} = 2^2 a^2 b^5 \sqrt[3]{2a} = 4a^2 b^5 \sqrt[3]{4a}.$$

#### 2) Внесення множника під корінь.

Для парного степеня (n=2,4,6...) (b>0): $a \sqrt[n]{b} = \begin{cases} \sqrt[n]{a^n b} & \text{якщо } a \geq 0 \\ -\sqrt[n]{a^n b}, & \text{якщо } a < 0 \end{cases}$	Для непарного степеня (n=3,5,7...) (b>0): $a \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a^n b}$
--	--

Наприклад: Внести множник під корінь.

а)  $-11\sqrt{\frac{x}{22}}$ ;      б)  $3\sqrt{2}$ ;      у)  $2x^2y\sqrt[3]{\frac{1}{2xy}}$ .

а)  $-11\sqrt{\frac{x}{22}} = -\sqrt{\frac{11^2x}{22}} = -\sqrt{\frac{11x}{2}} = -\sqrt{5,5x}$ ;

б)  $3\sqrt{2} = \sqrt{3^2 \cdot 2} = \sqrt{9 \cdot 2} = \sqrt{18}$ ;

в)  $2x^2y\sqrt[3]{\frac{1}{2xy}} = \sqrt[3]{\frac{2^3(x^2)^3y^3}{2xy}} = \sqrt[3]{\frac{8x^6y^3}{2xy}} = \sqrt[3]{4x^5y^2}$ .

**Виконайте вправи.**

**Вправа №4.** Обчисліть.

а)  $\sqrt{0,09}$ ;      б)  $\sqrt[4]{0,0016 \cdot 16^4}$ ;      в)  $\frac{\sqrt{75}}{\sqrt{15}}\sqrt{3}$ ;      г)  $\frac{\sqrt[4]{3}}{\sqrt[4]{48}}$ ;      д)  $\sqrt[5]{(-3x^9)^{15}}$

**Вправа №5.** Виконайте дії.

а)  $1\frac{1}{2} \cdot \sqrt[4]{7\frac{1}{9}}$ ;      б)  $\sqrt{(-15)^2} + \sqrt{25}$       в)  $\frac{\sqrt{12}}{\sqrt{3}} + \frac{\sqrt{153}}{\sqrt{17}} - \frac{\sqrt{304}}{\sqrt{19}} + \frac{\sqrt{1331}}{\sqrt{11}}$ .

**Вправа №6.** Установіть відповідність між виразами 1-4

і тотожно рівними їм виразами А-Д при  $a \geq 0$ :

1)  $\sqrt[4]{a+a+a+a}$       2)  $\sqrt[3]{8a}$       3)  $\sqrt[4]{a \cdot a \cdot a \cdot a}$       4)  $\sqrt[4]{16a}$   
 А)  $a$       Б)  $\sqrt[4]{4a}$       В)  $2\sqrt[4]{2a}$       Г)  $2\sqrt[3]{a}$       Д)  $2\sqrt[4]{a}$

**Вправа №7.** Якому з проміжків А-Д належить число  $\sqrt{2^3 \cdot 5}$ ?

А) (2;3)      Б) (5;8)      В) (5;6)      Г) (7;8)      Д) (4;5)

**Вправа №8.** Винесіть множник з-під кореня:

а)  $\sqrt[5]{32a^6b}$ ;      б)  $\sqrt[3]{81a^{17}b^7c}$ ;      в)  $\frac{a}{x}\sqrt[3]{\frac{27x^6y^5}{12a^9b^3}}$ ;      г)  $\sqrt[n]{3x^{2n+1}}$ .

**Вправа №9.** Внесіть множник під корінь.

а)  $ab\sqrt{\frac{1}{a} - \frac{1}{b}}$ ;      б)  $x^2\sqrt{2a^3x}$ ;      в)  $\frac{x}{y}\sqrt[m+1]{\frac{y^{n+2}}{x^{2m}}}$ ;      г)  $a^n\sqrt[n]{ab}$ .

**Вправа №10.** Спростіть вираз.

а)  $(\sqrt{12} + \sqrt{75} + \sqrt{27}) : \sqrt{15}$ ;      б)  $(\sqrt{12} - 2\sqrt{75})\sqrt{3}$ ;  
 в)  $\frac{(5\sqrt{3} + \sqrt{50})(5 - \sqrt{24})}{\sqrt{75} - 5\sqrt{2}}$ ;      г)  $\sqrt{(\sqrt{5} - 2,5)^2} - \sqrt[3]{(1,5 - \sqrt{5})^3} - 1$   
 д)  $(2\sqrt{320} - 7\sqrt{20} - \sqrt{45})^2 + 20$ .

**Вправа №11.** Оберіть правильну відповідь завдання.

Укажіть проміжок, якому належить число  $\sqrt[3]{3^2(-2)}$ .

А) (-5;-3)      Б) (3;4)      В) (4;5)      Г) (5;6)

**Вправа №12.** Оберіть правильну відповідь завдання. Знайдіть значення виразу.

1)  $\sqrt{48} - \sqrt{27} = ?$       А)  $\sqrt{3}$       Б)  $5\sqrt{3}$       В) 3      Г)  $-\sqrt{3}$   
 2)  $\sqrt{0,16} - \sqrt{9} = ?$       А) -2,96      Б) 2,96      В) 2,6      Г) -2,6

## Заняття №17.

## Звільнення від ірраціональності чисельника і знаменника дробу

**Завдання №1.** Слухайте, повторюйте і читайте слова і словосполучення:

іраціональний, -а, -е, -і	irrationnel		irrational	irrasyonel	irrasional
іраціональність, -и	l'irrationalité	عامصنلاد	irrationality	mantıksızlık	irrationality
виключати/виключити (кого? що?)	éliminer l'irrationalité	فندحیل (لیریة)	eliminate irrationality	irrasyonelliği ortadan kaldırmak	irrationality aradan qaldırmaq
позбутися (чого?)	se libérer de l'irrationalité	لیریة (لیة) نفیة	break free from irrationality	mantıksızlıktan kurtulmak	səmərəsizliyindən azad olun
дробовий показник	exposan fractionnaire	رسکلاس	fractional exponent	kesirli üs	fraksiya göstəricisi
містити (що?)	contenir	يوتحد	contain	içermek	ehtiva edir
ступінь, -и	degré de	سأ	degree of	sayının derecesi	nömrə dərəcəsi
раціональний показник	exposan rationnel	موقلا في سلا رادقم	rational indicator	rasyonel gösterge	rasional göstərici

### ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!

1. **Що** (Н.в.) містить **що** (З.в.)  
Алгебраїчний вираз містить змінну під знаком кореня або в дробовому степені.
2. Виключити **що** (З.в.) з **чого** (Р.в.)  
Виключити **іраціональність** з **чисельника** або **знаменника**.
3. Позбутися **чого** (Р.в.) **де** (М.в.)  
Позбутися **іраціональності** в **знаменнику**.
4. **Чим** (О.в.) називається **що** (Н.в.)  
Степенем числа  $a > 0$  з раціональним показником

$$r = \frac{m}{n} \text{ називається число } \sqrt[n]{a^m}.$$

**Завдання №2.** Слухайте і читайте текст №12.

### Текст 12

Якщо алгебраїчний вираз містить змінну під знаком кореня, то він називається **іраціональним**.

Наприклад:  $x+2\sqrt{xa}$ ;  $\sqrt[3]{a}$ ;  $x^{\frac{1}{3}}+y^{\frac{1}{3}}$  - це **іраціональні** вирази.

**Позбутися іраціональності** в чисельнику або знаменнику – це означає зробити так, щоб чисельник або знаменник не містили коренів.

**Щоб виключити іраціональність із знаменника дробу  $\frac{A}{\sqrt[n]{a^k}}$  ( $n > k$ ,  $a > 0$ ),**

**потрібно помножити чисельник і знаменник на  $\sqrt[n]{a^{n-k}}$ .**

$$(\sqrt[n]{a^k} \sqrt[n]{a^{n-k}} = \sqrt[n]{a^{k+n-k}} = \sqrt[n]{a^n} = a) \frac{A}{\sqrt[n]{a^k}} = \frac{A}{\sqrt[n]{a^k}} \frac{\sqrt[n]{a^{n-k}}}{\sqrt[n]{a^{n-k}}} = \frac{A \sqrt[n]{a^{n-k}}}{a}$$

Наприклад: Позбутися іраціональності в знаменнику.

а)  $\frac{3}{\sqrt[3]{3}}$ ;      б)  $\frac{1}{\sqrt{a+b}}$ ;      в)  $\frac{10}{\sqrt{7}-\sqrt{2}}$

а)  $\frac{3}{\sqrt[3]{3}} = \frac{3\sqrt[3]{3^2}}{\sqrt[3]{3}\sqrt[3]{3^2}} = \frac{3\sqrt[3]{3}}{3} = \sqrt[3]{3^2} = \sqrt[3]{9}$ .      б)  $\frac{1}{\sqrt{a+b}} = \frac{\sqrt{a+b}}{\sqrt{a+b}\sqrt{a+b}} = \frac{\sqrt{a+b}}{\sqrt{(a+b)^2}} = \frac{\sqrt{a+b}}{a+b}$ ;

в)  $\frac{10}{\sqrt{7}-\sqrt{2}} = \frac{10(\sqrt{7}+\sqrt{2})}{(\sqrt{7}-\sqrt{2})(\sqrt{7}+\sqrt{2})} = \frac{10(\sqrt{7}+\sqrt{2})}{(\sqrt{7})^2-(\sqrt{2})^2} = \frac{10(\sqrt{7}+\sqrt{2})}{7-2} = \frac{10(\sqrt{7}+\sqrt{2})}{5} = 2(\sqrt{7}+\sqrt{2})$

**Виконайте вправи:**

**Вправа №1.** Дайте відповіді на питання. Відповіді напишіть у зошит.

1. Який вираз називається ірраціональним?
2. Що означає "позбутися ірраціональності"?

**Вправа №2.** Позбудьтеся ірраціональності в знаменнику.

а)  $\frac{2}{\sqrt{3}}$ ;      б)  $\frac{4-x^2}{\sqrt{2-x}}$ ;      в)  $\frac{x^2}{\sqrt[5]{x^4}}$ ;      г)  $\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{3}-\sqrt{2}}$ .

**Завдання №3.** Слухайте і читайте текст №13.

**Текст №13**

**Степінь з раціональним показником**

**Означення:** Степенем числа  $a > 0$  з раціональним показником  $r = \frac{m}{n}$ ,

( $m$  – ціле число;  $n$  – натуральне число,  $n > 1$ ), називається число  $\sqrt[n]{a^m}$ .

$$\boxed{a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}}$$

**Пишемо**

**Читаємо**

$$a^{\frac{1}{2}}$$

$a$  в степені одна друга ( $a^{\frac{1}{2}} = \sqrt{a}$ );

$$a^{\frac{1}{3}}$$

$a$  в степені одна третя ( $a^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{a}$ );

$$b^{\frac{2}{3}}$$

$b$  в степені дві третіх ( $b^{\frac{2}{3}} = \sqrt[3]{b^2}$ );

а)  $7^{\frac{1}{4}} = \sqrt[4]{7}$ ;      б)  $2^{\frac{5}{6}} = \sqrt[6]{2^5} = \sqrt[6]{32}$ ;      в)  $a^{-\frac{7}{15}} = \sqrt[15]{a^{-7}} = \sqrt[15]{\frac{1}{a^7}} = \frac{1}{\sqrt[15]{a^7}}$ .

Степінь числа 0 існує тільки для додатних показників;  $0^r = 0$  для будь-якого  $r > 0$ .

$a^r > 0$  для будь-якого додатного числа  $a$  ( $a > 0$ ) і будь-якого раціонального числа  $r$ .

**Наприклад:** Обчислити  $8^{\frac{1}{3}}$ ;  $81^{\frac{3}{4}}$ ;  $128^{-\frac{2}{7}}$ .

$$8^{\frac{1}{3}} = \sqrt[3]{8} = 2; \quad 81^{\frac{3}{4}} = \sqrt[4]{81^3} = (\sqrt[4]{81})^3 = 3^3 = 27; \quad 128^{-\frac{2}{7}} = \sqrt[7]{128^{-2}} = (\sqrt[7]{128})^{-2} = 2^{-2} = \frac{1}{4}.$$

Якщо  $a < 0$ , то раціональний степінь числа  $a$  не існує.

Для будь-яких раціональних чисел  $r$  і  $s$  і будь-яких додатних  $a$  і  $b$  справедливі рівності:

1.  $a^r \cdot a^s = a^{r+s}$

2.  $a^r : a^s = a^{r-s}$

3.  $(a^r)^s = a^{r \cdot s}$

4.  $(ab)^r = a^r b^r$

5.  $\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$ .

Перетворити вираз = спростити = виконати дії.

**Наприклад:** Перетворити вирази (Спростити).



$$a) \sqrt{\sqrt{5}} (\sqrt[3]{\sqrt{5}} : \sqrt[4]{\sqrt{5}})^2 = \sqrt[4]{5} (\sqrt[6]{5} : \sqrt[8]{5})^2 = \sqrt[4]{5} \left( \frac{\sqrt[6]{5}}{\sqrt[8]{5}} \right)^2 = \sqrt[4]{5} \frac{\sqrt[6]{5^2}}{\sqrt[8]{5^2}} = \sqrt[4]{5} \frac{\sqrt[3]{5}}{\sqrt[4]{5}} = \sqrt[3]{5}$$

$$б) (\sqrt[4]{40} \cdot 2^{\frac{1}{4}}) : 5^{-\frac{3}{4}} = 40^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{\frac{3}{4}} = 2^{\frac{3}{4}} \cdot 5^{\frac{1}{4}} \cdot 2^{\frac{1}{4}} \cdot 5^{\frac{3}{4}} = 2^{\frac{3}{4} + \frac{1}{4}} \cdot 5^{\frac{1}{4} + \frac{3}{4}} = 2^1 \cdot 5^1 = 10.$$

**Виконайте вправи:**

**Вправа №3.** Дайте відповіді на питання.

1. Що називається степенем числа з раціональним показником?
2. Які властивості степеня з раціональним показником ви знаєте?

**Вправа №4.** а) напишіть українською мовою;

б) запишіть у вигляді кореня.

а)  $2^{\frac{1}{2}}$ ;      б)  $9^{\frac{2}{3}}$ ;      в)  $12^{\frac{1}{3}}$ ;      г)  $4^{-\frac{3}{4}}$ .

**Вправа №5.** Запишіть у вигляді степеня з дробовим показником. Результат напишіть українською мовою.

а)  $\sqrt{5}$ ;  $\sqrt[3]{17}$ ;  $\sqrt[5]{3^6}$ ;  $\sqrt[8]{7^{-5}}$ ;  $\sqrt[9]{0,125^2}$ ;

б)  $\sqrt[7]{a^4}$ ;  $\sqrt[8]{a^9}$ ;  $\sqrt[12]{b^{-5}}$ ;  $\sqrt[11]{5c^2}$ ;  $\sqrt[3]{a-b}$ .

**Вправа №6.** Обчисліть:  $100^{\frac{1}{2}}$ ;  $9^{-\frac{1}{2}}$ ;  $0^{\frac{5}{6}}$ ;  $8^{\frac{1}{3}}$ ;  $(\frac{27}{8})^{-\frac{2}{3}}$ ;  $0,64^{-1,5}$ .

**Вправа №7.** Оберіть правильну відповідь завдання.

Виконайте тотожне перетворення виразу

$\sqrt[3]{p^2} = ?$       А)  $p^{\frac{2}{7}}$       Б)  $p^5$       В)  $p^{7,2}$       Г)  $p^{\frac{7}{2}}$

**Вправа №8.** Знайдіть показник  $p$  у рівності  $\frac{\sqrt[4]{3\sqrt{x}}}{x^2} = x^p$

## Заняття №18

### Вектори

**Завдання №1.** Слухайте, повторюйте і читайте слова і словосполучення:

вектор, -и	vecteur	مجهت	vector	vektör	vektor
початок, -ки	le début du vecteur	تبدأ	the beginning of the vector	vektörün başlangıcı	vektorun başlangıcı
кінець, -і	fin de vecteur	تنتهي	end of vector	vektörün sonu	vektorun sonu
напрямок, -ки	direction	ماجرا	direction	yön	istiqameti
відрізок, -и	segment	عزج	line segment	bölüm	segment
направлений відрізок	segment dirigé	مجهت مزج	directed segment	yönlendirilmiş segment	istiqamətləndirilmiş segment
зображати/зобразити (що? як? де?)	peindre dessiner	مسير	draw	çizmek	çəkmək
стрілка, -и	aiguille	مهس	arrow	ok	arrow
показувати/показати (що?)	montrer	نبيير (مظهير)	show	gösteri	şou
позначати/позначити (що? як?)	designer	رأشا (مذم)	denote	işaret	göstərmək
лежати (де?)	être situe	بترير	to be located	bulunmak	yerleşdirilməlidir
паралельний, -а, -е, -і	parallele	يز اوتم	parallel	paralel	paralel
паралельно	parallement	يز او تلاب	parallel	paralel olarak	paralel olaraq
пряма лінія=пряма	ligne droite	مقسمة مستقيمة	straight line	düz çizgi	düz xətt
однаково напрямлені	également dirigé	ماجرا لاس فنية هجتم	equally directed	eşit olarak yönlendirilmiş	bərabər yönəldilmişdir
протилежно напрямлені	directions	س كاعتلا بتيها	oppositely	zıt yönler	əks

	opposées	جَنَم	directed		istiqamətlərdə
абсолютна величина = =модуль	valeur absolue d'un nombre	تَقْطِطْلَا تَمِيقْلَا	absolute value	mutlak değer	mütləq dəyər
довжина, -и	longueur	لَوَط	length	uzunluk	uzunluğu
рівний, -а, -е, -і	egal	يَوَاسِم	equal	eşit	bərabərdir
правило, -а	la règle	أَدِيمُ قَدْعَاقْ	the rule	kural	qayda
трикутник, -и	triangle	ثَلَاثَم	triangle	üçgen	üçbucaq
паралелограм, -и	parallelogramme	عِلَاضِلَا يَزَا وَتَم	parallelogram	paralelkenar	paraleloqram
теорема косинусів	théorème du cosinus	مَامْتَلَابُ وَيَجْتِي رَظَن	cosine theorem	kosinüs teoremi	kosin teoremi
скалярний добуток	produit scalaire	يَدْعُ عَرْض لِصَاد	scalar product	nokta ürünü	nöqtə məhsulu
кут, -и	angle	أَمْوَاز	angle	açı	künc
знаходити/знайти (що? з чого?)	trouver	دَجِي	find	bulmak	tapmaq
залежати (від чого?)	dépendre	تَعْتَمِد	depend	bağlı olmak	asılıdır
замість (чого?)	à la place de	فِي مَكَان	instead of	yerine	əvəzinə
розташовувати/ розташувати (що?де?)	situer, disposer	الْمُتَخَلِّص	situate, dispose	öğütücü	köməkçi

### ЗВЕРНІТЬ УВАГУ!

1. **Що** (Н.в.) зображують **чим** (О.в.) **Вектор** зображують **відрізком із стрілкою**.
2. **Що** (Н.в.) показує **що** (З.в.) **Стрілка** показує **напрямок** вектора.
3. **Що** (Н.в.) не залежить від **чого** (Р.в.) **Модуль** вектора не залежить від **напрямку** вектора.
4. **Що** (Н.в.) позначають **чим** (О.в.) **Вектор** позначають **однією малою латинською буквою**.
5. Замість **чого** (Р.в.) зображують **що** (З.в.) Замість **слова** «вектор» над буквами зображують **стрілку або риску**.

**Завдання №2.** Слухайте і читайте текст №14.

### Текст 14

**Означення:** **Вектор** – це напрямлений відрізок.  
(**Вектор** – це відрізок, який має напрямок).

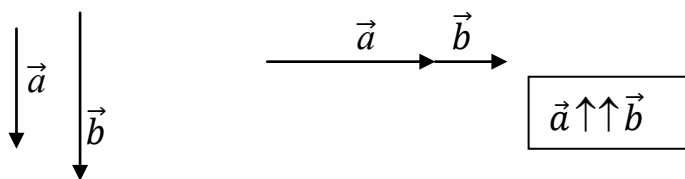
Вектор зображують відрізком із стрілкою. Стрілка показує напрямок вектора.

Вектор позначають однією малою латинською буквою або двома великими латинськими буквами. Замість слова «вектор» над буквами зображують стрілку або риску.

Наприклад:  $\vec{a}$  або  $\overrightarrow{AB}$ .

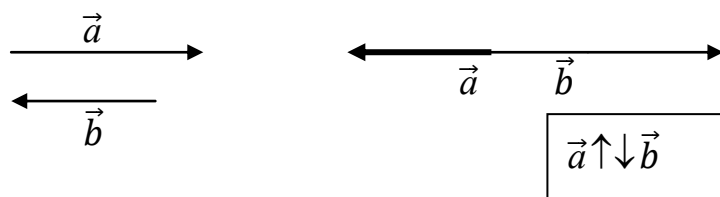


Якщо вектори розташовані на одній прямій або на паралельних прямих і мають однаковий напрямок, то це **однаково напрямлені вектори**.



(Вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  однаково напрямлені).

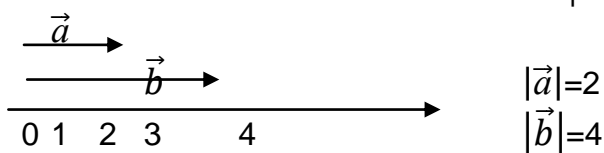
Якщо вектори розташовані на одній прямій або на паралельних прямих і мають протилежний напрямок, то це **протилежно напрямлені вектори**.



(Вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  протилежно напрямлені).

**Абсолютна величина (модуль) вектора** – це довжина відрізка, який зображує вектор.

Модуль вектора позначають:  $|\vec{a}|$  або  $|\overline{AB}|$ .



**Пишемо**

$$|\vec{a}|=2$$

**Читаємо**

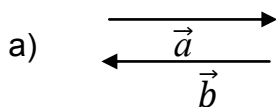
Модуль вектора  $\vec{a}$  дорівнює двом.

$$|\vec{a}|^2 = a^2 \quad \text{Квадрат модуля дорівнює квадрату вектора.}$$

Модуль вектора не залежить від напрямку вектора.

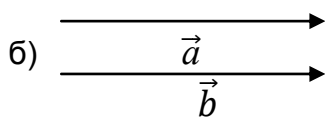
Якщо вектори однаково напрямлені і мають рівні модулі, то вони називаються **рівними**.

Наприклад:



Вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  не є рівними.

(мають рівні модулі, але напрямки протилежні).



Вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  рівні.

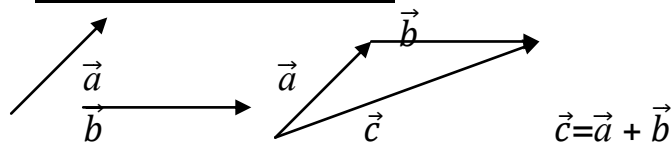
$$\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b} \quad |\vec{a}| = |\vec{b}|$$

Нульовий вектор позначають  $\vec{0}$ . Нульовий вектор не має напрямку.  $|\vec{0}|=0$ .

Усі нульові вектори рівні.

### Додавання векторів.

#### а) правило трикутника



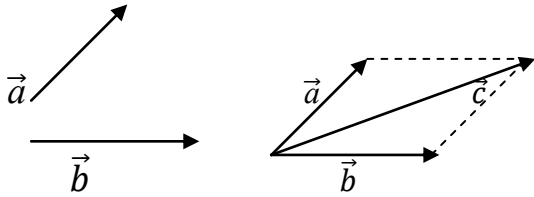
Сума векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  - це вектор  $\vec{c}$ . Початок цього вектора – це початок вектора  $\vec{a}$ . Кінець цього вектора – це кінець вектора  $\vec{b}$ .

$$|\vec{c}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos(180^\circ - \alpha)} = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos \alpha}$$

де  $\alpha$  - кут між векторами  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ .

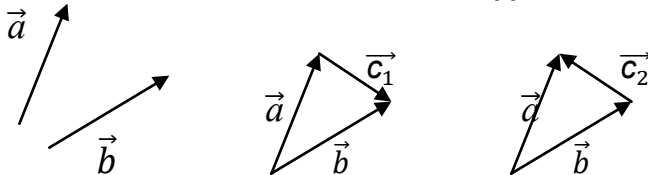
(Довжину вектора знаходимо за теоремою косинусів)

### б) правило паралелограма



$$|\vec{c}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos \alpha}$$

### **Віднімання векторів**



Різниця векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  - це вектор  $\vec{c}_1$ .

Різниця векторів  $\vec{b}$  і  $\vec{a}$  - це вектор  $\vec{c}_2$ .

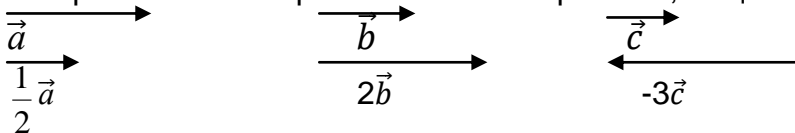
$$\vec{c}_1 \uparrow \downarrow \vec{c}_2$$

$$|\vec{c}_1| = |\vec{c}_2| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos \alpha}$$

### **Множення вектора на число**

Добуток ненульового вектора  $\vec{a}$  на число  $k(k \neq 0)$  - це вектор, який

- однаково напрямлений з вектором  $\vec{ka}$ , якщо  $k > 0$ ;
- протилежно напрямлений з вектором  $\vec{ka}$ , якщо  $k < 0$ .



$$\left| \frac{1}{2} \vec{a} \right| = \frac{1}{2} |\vec{a}| \quad |\vec{2b}| = 2|\vec{b}| \quad |-\vec{3c}| = |-3||\vec{c}| = 3|\vec{c}|$$

### **Скалярний добуток векторів**

Позначення:  $(\vec{a}; \vec{b})$

**Пишемо**

**Читаємо**

$(\vec{a}; \vec{b})$

скалярний добуток векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ .

Скалярний добуток векторів – це число, яке дорівнює добутку модулів (абсолютних величин) векторів на косинус кута між ними.

$$(\vec{a}; \vec{b}) = |\vec{a}||\vec{b}|\cos \gamma \quad (*)$$

Якщо вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$  перпендикулярні (кут між векторами дорівнює  $90^\circ$ ), то їх скалярний добуток дорівнює 0.

Перпендикулярність векторів позначають:  $\vec{a} \perp \vec{b}$ .

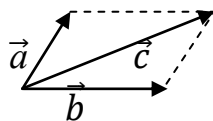
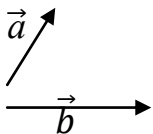
3 формули скалярного добутку (\*) можна знайти кут між векторами:

$$\cos \gamma = \frac{(\vec{a}; \vec{b})}{|\vec{a}||\vec{b}|}$$

Приклад 1: Дано вектори  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ .  $|\vec{a}|=2$ ,  $|\vec{b}|=3$ . Кут між векторами  $\gamma = 60^\circ$ . Зобразіть вектори.

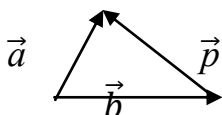
$\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$  і  $\vec{p} = \vec{a} - \vec{b}$ . Знайдіть модулі векторів  $\vec{c}$  і  $\vec{p}$ .

а)  $\vec{c} = \vec{a} + \vec{b}$  (Застосуємо правило паралелограма)



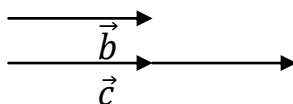
$$|\vec{c}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 + 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos 60^\circ} = \sqrt{2^2 + 3^2 + 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{4 + 9 + 6} = \sqrt{19}$$

б)  $\vec{p} = \vec{a} - \vec{b}$



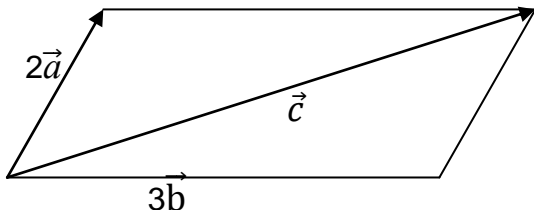
$$|\vec{p}| = \sqrt{|\vec{a}|^2 + |\vec{b}|^2 - 2|\vec{a}||\vec{b}|\cos 60^\circ} = \sqrt{2^2 + 3^2 - 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{4 + 9 - 6} = \sqrt{7}$$

в)  $\vec{c} = 2\vec{b}$



$$|\vec{c}| = 2|\vec{b}| = 2 \cdot 3 = 6.$$

г)  $\vec{c} = 2\vec{b} + 3\vec{a}$



$$\sqrt{|2\vec{a}|^2 + |3\vec{b}|^2 + 2|2\vec{a}||3\vec{b}|\cos 60^\circ} = \sqrt{4^2 + 9^2 - 2 \cdot 4 \cdot 9 \cdot \frac{1}{2}} = \sqrt{16 + 81 - 36} = \sqrt{61}$$

Приклад 2: Знайдіть скалярний добуток векторів  $\vec{a}$  і  $\vec{b}$ ;  $2\vec{a}$  і  $3\vec{b}$

а)  $(\vec{a}; \vec{b}) = |\vec{a}||\vec{b}|\cos 60^\circ = 2 \cdot 3 \cdot \frac{1}{2} = 3;$

б)  $(2\vec{a}; 3\vec{b}) = |2\vec{a}||3\vec{b}|\cos 60^\circ = 4 \cdot 9 \cdot \frac{1}{2} = 18$

**Виконайте вправи.**

**Вправа №1.** Дайте відповіді на питання.

1. Що таке вектор?
2. Як зображають вектор? Як позначають вектор?
3. Які вектори називаються однаково направленими?
4. Які вектори називаються протилежно направленими?
5. Які вектори називаються рівними?
6. Що таке модуль вектора?
7. Що таке скалярний добуток векторів?

**Вправа №2.** Розв'яжіть завдання 1-4.

1) Дано вектори  $\vec{c}$  і  $\vec{m}$ .  $|\vec{c}| = 3$ ,  $|\vec{m}| = 4$ .

Кут між векторами дорівнює  $0^\circ$ . Знайдіть  $|\vec{k}|$ , якщо  $\vec{k} = \vec{m} - \vec{c}$ . Зобразіть  $\vec{k}$ .

2) Дано вектори  $\vec{c}$  і  $\vec{m}$ .  $|\vec{c}| = 3$ ,  $|\vec{m}| = 4$ .

Кут між векторами дорівнює  $180^\circ$ . Знайдіть  $|\vec{k}|$ , якщо  $\vec{k} = \vec{m} + \vec{c}$ . Зобразіть  $\vec{k}$ .

3) Дано вектори  $\vec{c}$  і  $\vec{m}$ .  $|\vec{c}| = 3$ ,  $|\vec{m}| = 4$ .

Кут між векторами дорівнює  $90^\circ$ . Знайдіть  $|\vec{k}|$ , якщо а)  $\vec{k} = \vec{m} + \vec{c}$ . Зобразіть  $\vec{k}$ .

б)  $\vec{k} = \vec{m} - \vec{c}$ . Зобразіть  $\vec{k}$ .

4) Дано вектори  $\vec{c}$  і  $\vec{m}$ .  $|\vec{c}| = 3$ ,  $|\vec{m}| = 4$ .

Кут між векторами дорівнює  $30^\circ$ . Знайдіть  $|\vec{n}| = -2\vec{c} + 3\vec{m}$ . Зобразіть  $\vec{n}$ .

## Заняття №19

### Розв'язування задач.

**Виконайте вправи.**

**Вправа №1.** Читайте:

Вектор, вектори, напрям вектора, рівні вектори, модуль вектора, однаково напрямлені вектори, протилежно напрямлені вектори, сума векторів, різниця векторів, добуток векторів, кут між векторами, зобразіть вектори.

**Вправа №2.** Закінчить фрази:

а) Вектор – це відрізок .... ;

б) ..... показує напрямок вектора;

в) Якщо вектори розташовані на одній прямій або на паралельних прямих і мають однакові напрями, то вони називаються ..... ;

г) Якщо вектори мають однакові напрямки та ....., то це рівні вектори;

д) Якщо вектори перпендикулярні, то їх скалярний добуток ..... .

**Вправа №3.** Напишіть інформацію українською мовою. Зобразіть її.

а)  $\vec{a} \uparrow \uparrow \vec{b}$

б)  $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 3$

в)  $\vec{c} = 4\vec{a}$ ;

г)  $\vec{m} \perp \vec{p}$ ;

д)  $\vec{a} \uparrow \downarrow \vec{b} \quad |\vec{a}| = 1; |\vec{b}| = 2$

е)  $(\vec{a}; \vec{b}) = 1$

**Вправа №4.** Розв'яжіть завдання 1-4.

1) Дано вектори  $\vec{c}$  і  $\vec{m}$ .  $|\vec{c}| = 1$ ,  $|\vec{m}| = 4$ . Кут між векторами дорівнює  $60^\circ$ .

Знайдіть  $|\vec{k}|$ , якщо  $\vec{k} = 2\vec{m} + \vec{c}$ . Зобразіть  $\vec{k}$ .

2) Дано вектори  $\vec{c}$  і  $\vec{m}$ .  $|\vec{c}| = 3$ ,  $|\vec{m}| = 2$ . Кут між векторами дорівнює  $0^\circ$ .

Знайдіть  $|\vec{k}|$ , якщо  $\vec{k} = \vec{c} - 2\vec{m}$ . Зобразіть  $\vec{k}$ .

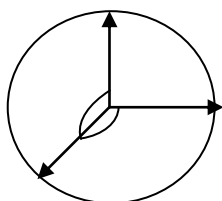
3) Дано вектори  $\vec{c}$  і  $\vec{m}$ .  $|\vec{c}| = 2$ ,  $|\vec{m}| = 4$ . Кут між векторами дорівнює  $90^\circ$ .

Знайдіть  $|\vec{k}|$ , якщо а)  $\vec{k} = 2\vec{c} + \vec{m}$ . б)  $\vec{k} = \frac{1}{2}\vec{m} - \vec{c}$ . Зобразіть  $\vec{k}$ .

4) Дано вектори  $\vec{c}$  і  $\vec{m}$ .  $|\vec{c}| = 3$ ,  $|\vec{m}| = 1$ . Кут між векторами дорівнює  $180^\circ$ .

Знайдіть  $|\vec{k}|$ , якщо  $\vec{k} = -\vec{c} + 2\vec{m}$ . Зобразіть  $\vec{k}$ .

**Вправа №5.** Дано:  $|\vec{F}_1| = |\vec{F}_2| = |\vec{F}_3| = 2$ ;  $\vec{F}_1 \perp \vec{F}_2$



Кути між векторами  $\vec{F}_1$  і  $\vec{F}_3$  та  $\vec{F}_2$  і  $\vec{F}_3$  рівні

Зобразіть:  $\vec{F}_1 + \vec{F}_2$ ;  $\vec{F}_2 - \vec{F}_3$ ;  $\vec{F}_1 + \vec{F}_3$ .

Обчисліть:  $|\vec{F}_1 + \vec{F}_2|$ ;  $|\vec{F}_2 - \vec{F}_3|$ ;  $|\vec{F}_1 + \vec{F}_3|$ .

## Заняття №20

### Радіанна міра вимірювання кутів і дуг.

### Тригонометричні функції. (Повторення).

**Завдання №1.** Слухайте, повторюйте і читайте слова і словосполучення:

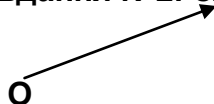
кут, -и	angle, coin	مجتهد	angle	açı	künc
промінь, -и	rayon	عاشد	ray	kiriş	ray
фігура, -и	une figure	شكل، رسم	figure	bir rakam	bir rəqəm
спільний початок	début commun	بداية	common beginning	ortak başlangıç	ümumi başlanğıc
утворювати/утворити (що?)	former	انشأ، كون	form	biçimlemek	qurmaq
вершина, -и	le top	قمة، ذروة، رأس	top	üst	üst
сторона, -и	cote	جانب، وجهة، ضلع	side	kenarı	tərəfi
плоский кут	angle plat	تسطيحي	flat angle	düz açı	düz açı
обмежувати/ обмежити (що? чим?)	limiter, restreindre	حد	limit	sınır	məhdudlaşdırmaq
центральный кут	angle central	توسط	central angle	merkezi açı	mərkəzi açı
дуга, -и	arc	سوق	arc	yay	arc
довжина дуги	longueur de l'arc	سوقا لوط	arc length	ark uzunluğu	yay uzunluğu
коло, -а	cercle	حد الدائرة	circle	daire	daire
усередині	au milieu	لخايد	in the middle	ortada	ortada
відповідати (чому?)	correspondre	قباطة	correspond	uygun	uyğun
вимірювати/ виміряти (що? чим? як?)	mesurer	ساق	to measure	ölçmek	tədbir
градус, -и	degré	تجرد	degree	derece	dərəcə
градусна міра	degré mesure	تاجر دلب، سايق	degree measure	derece ölçüsü	dərəcə ölçüsü
повний оберт	tour complet	تلكا كرو	full turn	tam dönüş	tam növbəsində
описувати/описати (що?)	tracer	طاحا	delineate	betimlemek	təsvir etmək
радіус кола	rayon de cercle	قرنادلار طقف، صند	radius of circle	daire yarıçapı	daire radiusu
радіан, -и	radian	تير طقة، فصد، تيرواز	radian	radyan	radyan
радіанна міра	measure en radians	قياس	radian measure	radyan ölçüsü	radian tədbir
точне значення	valeur exacte	تقيقلا، تميقلا	exact value	kesin değer	dəqiq dəyər
выражать/ выразить (что? чим?)	dénoter	عبر عن	denote	ekspres	ifadə
залежність, -і	la dépendance	تعلق	addiction, dependence	bağımlılık	asılılıq
единица/единиці вимірювання	unité de mesure	سايقات ادحو		ölçü birimi	tədbir vahidi

### ЗВЕРНІТЬУВАГУ!

1. **Що**(Н.в.) утворене **чим**(О.в.)
2. **Що**(Н.в.) обмежене **чим**(О.в.)
3. **Що**(Н.в.) розташоване **де**(М.в.).
4. **Що**(Н.в.) відповідає **чому**(Д.п.)
5. **Що**(Н.в.) вимірюють **в чому**(М.в.)
6. **Що**(Н.в.) виражається **чим**(О.в.)

**Фігура** утворена двома променями.  
**Частина площини** обмежена сторонами кута.  
**Частина кола** розташована **усередині** плоского кута.  
**Дуга кола** відповідає центральному **куту**.  
**Кути і дуги** вимірюються в градусах і радіанах.  
**Радіанна і градусна міри** виражаються залежністю:  $180^{\circ} = \pi$  радіан.

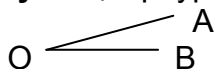
**Завдання №2.** Слухайте і читайте текст №15.



OA – це промінь. O – це початок променя.

**Текст 15**

**Кут** – це фігура, яка утворена двома променями із спільним початком.

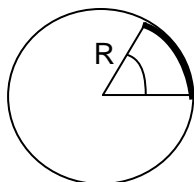


Пишемо  
 $\angle AOB$

Читаємо  
кут AOB

Точка O – вершина кута; промені OA і OB – сторони кута.

**Колом** називається замкнена плоска крива, всі точки якої однаково віддалені від даної точки (центра кола), що лежить у тій самій площині, що й крива.



Відрізок **R**, що з'єднує центр кола з будь-якою його точкою, (а також довжина цього відрізка), називається **радіусом**.

**Центральний кут** – це кут, утворений двома радіусами.

**Дуга** – це частина кола, розміщена між двома його точками.

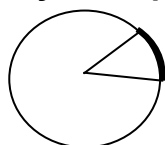
**Кути і дуги вимірюються в градусах і радіанах.**

**Кут в 1 градус** – це кут, який дорівнює  $\frac{1}{360}$  частині повного оберту.

**Дуга в 1 градус** – це дуга, яку описує точка променя при повороті цього променя на кут в 1 градус.

$\frac{1}{60}$  частина градуса – це хвилина (1')       $\frac{1}{60}$  частина хвилини – це секунда (1").

**Градусна міра дуги кола** – це градусна міра відповідного їй центрального кута.



$l = 30^\circ$

**Радіан** – кут, що відповідає дузі, довжина якої дорівнює її радіусу. 1 радіан  $\approx 57^\circ 17'$

Точне значення радіану в градусах виражається дробом  $\frac{180}{\pi}$ .

$$1 \text{ радіан} = \left( \frac{180}{\pi} \right)^\circ = \frac{180^\circ}{\pi} \approx 57^\circ.$$

Радіанна та градусна міри виражаються залежністю  **$180^\circ = \pi$  радіан**.

$$1^\circ = \frac{\pi}{180} \text{ радіан. Кут } n^\circ \text{ дорівнює } \frac{\pi n}{180^\circ} \text{ радіан.}$$

$$l = \frac{\pi n^\circ}{180^\circ}$$

Це формула переходу від градусної міри до радіанної.

Приклад 1. Виразити в радіанах кути  $30^\circ$ ,  $72^\circ$ ,  $120^\circ$ .

$$n=30^\circ \quad l_{30^\circ} = \frac{\pi \cdot 30^\circ}{180^\circ} = \frac{\pi}{6}; \quad n=72^\circ \quad l_{72^\circ} = \frac{\pi \cdot 72^\circ}{180^\circ} = \frac{2\pi}{5};$$

$$n=120^\circ \quad l_{120^\circ} = \frac{\pi \cdot 120^\circ}{180^\circ} = \frac{2\pi}{3}.$$



$$1 \text{ радian} = \frac{180^0}{\pi}. \text{ Кут в } \alpha \text{ радian дорівнює } \frac{180^0 \alpha}{\pi}$$

$$n^0 = \frac{180^0 l}{\pi}$$

Це формула переходу від радіанної міри до градусної.

**Приклад 2.** Виразіть в градусах 3 рад,  $\frac{7\pi}{6}$  рад,  $-\pi$  рад.

$$l=3 \text{ рад} \quad n_{3 \text{ рад}} = \frac{180^0 \cdot 3}{\pi} = \frac{570^0}{\pi} \approx 172^0;$$

$$l=\frac{7\pi}{6} \text{ рад} \quad n_{\frac{7\pi}{6} \text{ рад}} = \frac{180^0 \cdot \frac{7\pi}{6}}{\pi} = \frac{180^0 \cdot 7\pi}{6 \cdot \pi} = 210^0;$$

$$l=-\pi \text{ рад} \quad n_{-\pi} = \frac{180^0 \cdot (-\pi)}{\pi} = -180^0$$

**Виконайте вправи.**

**Вправа №1.** Дайте відповіді на питання:

1. Які одиниці вимірювання кутів ви знаєте?
2. Що називається радіанною мірою кута?
3. Зобразіть дугу  $120^0$  і її центральний кут. Виразіть величину дуги в радіанах.

**Вправа №2.** Виразіть в радіанах:  $75^0$ ;  $1000^0$ ;  $108^0$ ;  $-300^0$ ;  $-15^0$ .

**Вправа №3.** Виразіть в градусах:  $\frac{\pi}{2}$ ;  $\frac{3\pi}{2}$ ;  $5\pi$ ;  $-\frac{2\pi}{3}$ ;  $\frac{\pi}{3}$ ;  $8$ ;  $-2$ .

**Вправа №4.** Які кути (у градусах і радіанах) описує хвилинна стрілка за 5 хвилин, за 20 хвилин, за 50 хвилин?

**Завдання №3.** Слухайте і читайте текст №16.

### Текст 16

Радіанну міру кута часто використовують в тригонометричних виразах.

$\sin 1$  позначає синус кута в 1 радian;

$\sin \frac{\pi}{4}$  позначає синус кута в  $\frac{\pi}{4}$  радian;

$\sin x$  позначає синус кута в  $x$  радian.

Кожному значенню  $x$  відповідає певне значення синуса. Тому можна говорити, що синус – це функція з областю визначення  $(-\infty; \infty)$ . Косинус – теж функція з областю визначення  $(-\infty; \infty)$ . Область значень синуса і косинуса – це проміжок  $[-1; 1]$ .

Кожному числу, окрім  $\pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{2}, \pm \frac{5\pi}{2}, \dots$  відповідає певне значення тангенса.

Тангенс – це функція. Її область визначення складається із усіх чисел, окрім  $\pm \frac{\pi}{2}, \pm \frac{3\pi}{2}, \pm \frac{5\pi}{2}, \dots$ .

Область визначення функції котангенс складається із усіх чисел, окрім  $0, \pm\pi, \pm2\pi, \pm3\pi, \dots$ . Области значень функцій тангенс і котангенс – це все дійсні числа, тобто проміжок  $(-\infty; \infty)$ .

**Синус, косинус, тангенс і котангенс називають тригонометричними функціями.**

Косинус – парна функція  $\cos(-\alpha) = \cos \alpha$ .

Синус, тангенс, котангенс – непарні функції

$$\sin(-\alpha) = -\sin \alpha; \quad \operatorname{tg}(-\alpha) = -\operatorname{tg} \alpha; \quad \operatorname{ctg}(-\alpha) = -\operatorname{ctg} \alpha.$$

Функції синус, косинус, тангенс і котангенс – періодичні.

Період функцій синус і косинус дорівнює  $2\pi$ .

Період функцій тангенс і котангенс дорівнює  $\pi$ .

$$\sin(\alpha \pm 2\pi n); \quad \cos(\alpha \pm 2\pi n); \quad \operatorname{tg}(\alpha \pm \pi n); \quad \operatorname{ctg}(\alpha \pm \pi n).$$

**Приклад 1.** Обчисліть: а)  $\sin 7\pi$ ; б)  $\sin\left(-\frac{11}{2}\pi\right)$ ; в)  $\cos 5\pi$ ; г)  $\operatorname{tg}\left(-\frac{13}{4}\pi\right)$

**Розв'язання:**

а)  $\sin 7\pi = \sin(3 \cdot 2\pi + \pi) = \sin \pi = 0$ ;

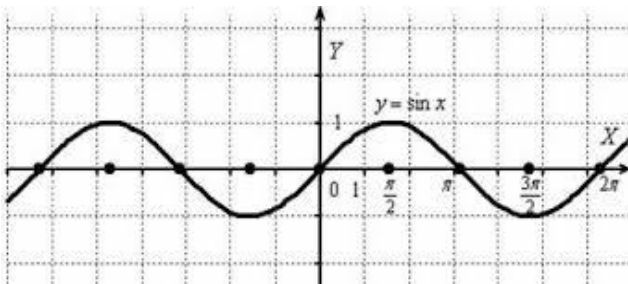
б)  $\sin\left(-\frac{11}{2}\pi\right) = -\sin \frac{11}{2}\pi = -\sin\left(6\pi - \frac{1}{2}\pi\right) = -\sin\left(-\frac{1}{2}\pi\right) = \sin \frac{1}{2}\pi = 1$ ;

в)  $\cos 5\pi = \cos(2 \cdot 2\pi + \pi) = \cos \pi = -1$ ;

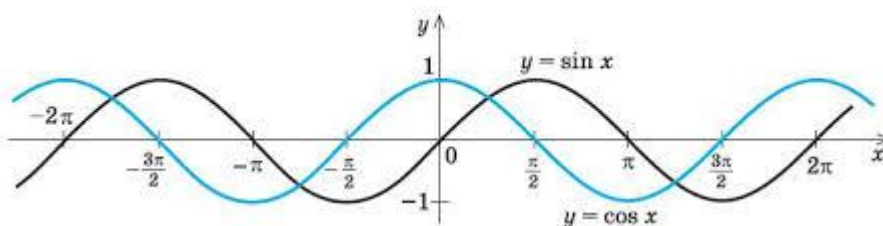
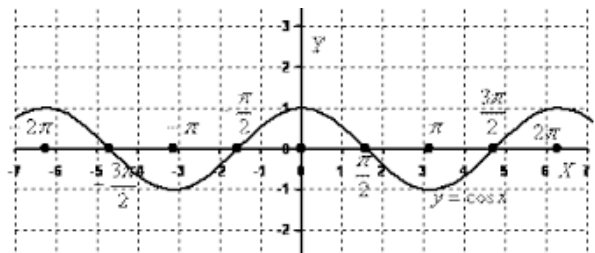
г)  $\operatorname{tg}\left(-\frac{13}{4}\pi\right) = -\operatorname{tg}\left(\frac{13}{4}\pi\right) = -\operatorname{tg}\left(3\pi + \frac{1}{4}\pi\right) = -\operatorname{tg} \frac{1}{4}\pi = -1$ .

Числові функції  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$  називають синусом, косинусом, тангенсом, котангенсом.

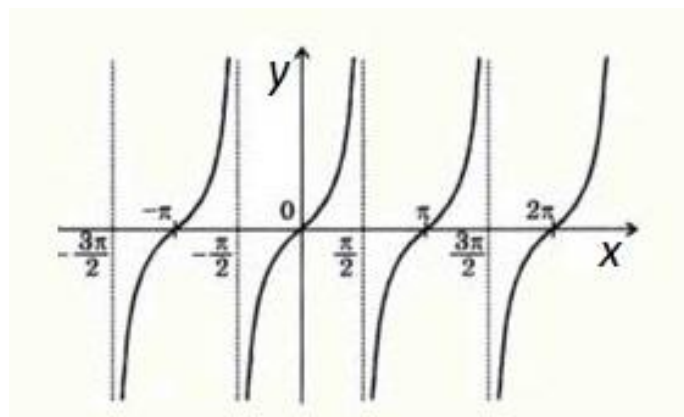
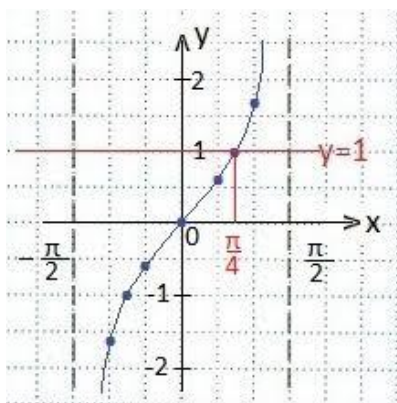
**Графік функції  $y = \sin x$ :**



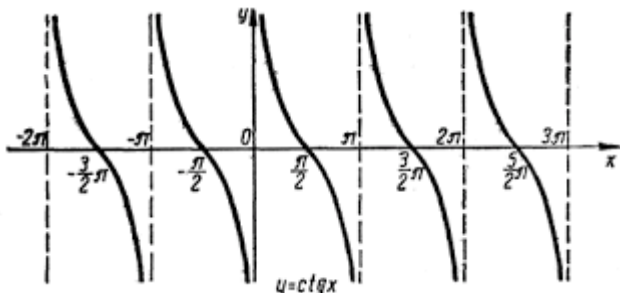
**Графік функції  $y = \cos x$ :**



**Графік функції  $y = \operatorname{tg} x$ :**



### Графік функції $y = \operatorname{ctg} x$ :



### Основні тригонометричні тотожності:

1)  $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

2)  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}; \quad \operatorname{ctg} \alpha = \frac{\cos \alpha}{\sin \alpha};$

3)  $\operatorname{tg} \alpha \cdot \operatorname{ctg} \alpha = 1;$

4)  $1 + \operatorname{tg}^2 \alpha = \frac{1}{\cos^2 \alpha}; \quad 1 + \operatorname{ctg}^2 \alpha = \frac{1}{\sin^2 \alpha};$

### 5) Формули зведення:

$\sin(\pi/2 \pm \alpha); \quad \sin(3\pi/2 \pm \alpha); \quad \cos(\pi/2 \pm \alpha); \quad \cos(\pi \pm \alpha);$

$\sin(\pi \pm \alpha); \quad \sin(2\pi \pm \alpha); \quad \cos(3\pi/2 \pm \alpha); \quad \cos(2\pi \pm \alpha);$

Формули зведення для тангенса і котангенса можна вивести за допомогою формул зведення для синуса і косинуса.

### 6) Формули додавання:

$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \pm \sin \alpha \cdot \sin \beta$

$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \sin \beta \cdot \cos \alpha$

$\operatorname{tg}(\alpha \pm \beta) = \frac{\operatorname{tg} \alpha \pm \operatorname{tg} \beta}{1 \mp \operatorname{tg} \alpha \operatorname{tg} \beta}$

### 7) Формули подвійного кута:

$\sin 2\alpha = 2 \sin \alpha \cos \alpha; \quad \cos 2\alpha = \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha - 1;$

$\operatorname{tg} 2\alpha = \frac{2 \operatorname{tg} \alpha}{1 - \operatorname{tg}^2 \alpha}; \quad 1 - \cos^2 \alpha = \sin^2 \alpha; \quad 1 + \cos^2 \alpha = 2 \cos^2 \alpha.$

### 8) Формули суми і різниці тригонометричних функцій

$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}; \quad \cos \alpha + \cos \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \cos \frac{\alpha - \beta}{2}$

$\sin \alpha - \sin \beta = 2 \cos \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}; \quad \cos \alpha - \cos \beta = -2 \sin \frac{\alpha + \beta}{2} \sin \frac{\alpha - \beta}{2}.$

### Виконайте вправи.

**Вправа №5.** Спростіть вирази:

а)  $1 - \sin^2 \beta - \cos^2 \beta;$       в)  $\operatorname{ctg}^2 \beta (\cos^2 \beta - 1) + 1;$

б)  $\sin \alpha + \cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha;$       г)  $(\sin \alpha + \cos \alpha)^2 + (\sin \alpha - \cos \alpha)^2.$

**Вправа №6.** Перетворіть вирази:

а)  $\operatorname{ctg} \alpha \cdot \sin(-\alpha) - \cos(-\alpha);$       в)  $\cos \beta \cdot \operatorname{tg}(-\beta) - 1;$

б)  $\operatorname{tg}(-\alpha) \operatorname{ctg} \alpha + \sin 2\alpha;$       г)  $\operatorname{tg}(-\beta) \cos \beta + \sin \beta.$

**Вправа №8.** Спростіть вирази:

- а)  $\sin(\alpha - \pi/2)$ ;                      в)  $\operatorname{ctg}(\alpha - 2\pi)$ ;  
б)  $\cos(\alpha - \pi)$ ;                      г)  $\operatorname{tg}(-\alpha + 3\pi/2)$ .

**Вправа №9.** Доведіть

$$\sin(3\pi/2 + \alpha) \cdot \operatorname{ctg}(\pi/2 - \alpha) + \sin(\pi - \alpha) + \operatorname{ctg}(3\pi/2 - \alpha) = \operatorname{tg} \alpha.$$

**Вправа №10.** Спростіть вирази:

- а)  $\sin(\alpha + \pi/6)\cos(\alpha - \pi/6) + \cos(\alpha + \pi/6)\sin(\alpha - \pi/6)$ ;  
б)  $\cos(\pi/4 + \beta)\cos(\pi/4 - \beta) - \sin(\pi/4 + \beta)\sin(\pi/4 - \beta)$ .  
в)  $\frac{\cos \alpha + 2\cos 2\alpha + \cos 3\alpha}{\sin \alpha + 2\sin 2\alpha + \sin 3\alpha}$ .

**Вправа №11.** Доведіть тотожності:

- а)  $\sin(\alpha + \beta) + \sin(\alpha - \beta) = 2\sin \alpha \cos \beta$ ;  
б)  $\cos(\alpha - \beta) - \cos(\alpha + \beta) = 2\sin \alpha \sin \beta$ ;  
в)  $1 - (\sin \alpha - \cos \alpha) = \sin 2\alpha$ ;  
г)  $\cos 4\beta - \sin 4\beta = \cos 2\beta$ .

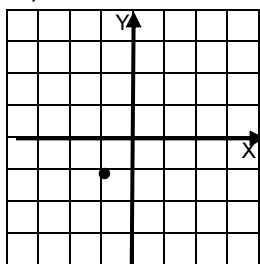
**Заняття №21**  
**Контрольна робота №2.**

## Матеріали для перевірки та самоконтролю.

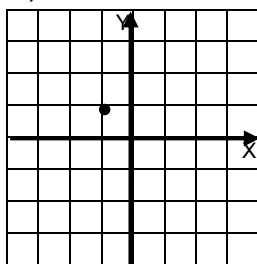
Оберіть правильні відповіді:

1. Установіть відповідність між рисунками (1-4) і координатами точок (А-Д), зображених на цих рисунках:

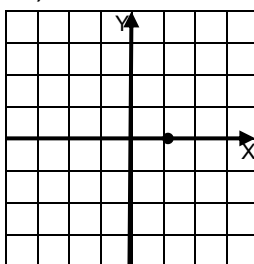
1)



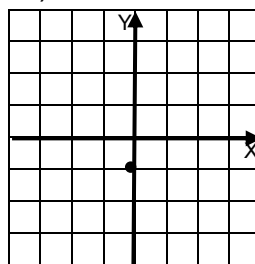
2)



3)



4)



А) (1;1)      Б) (-1;1)      В) (1;0)      Г) (0;-1)      Д) (-1;-1)

2. Знайдіть значення виразу:  $|\sqrt{25} - 2^5| = ?$

А) -5      Б) 5      В) 27      Г) -27

3. Переведіть 0,22мм у кілометри. Результат запишіть у стандартному вигляді. Напишіть результат українською мовою.

- А)  $2,2 \cdot 10^{-6}$ км      дві цілих дві десятих на десять у мінус шостому степені кілометрів;  
 Б)  $2,2 \cdot 10^{-5}$ км      дві цілих дві десятих на десять у мінус п'ятому степені кілометрів;  
 В)  $2,2 \cdot 10^{-7}$ км      дві цілих дві десятих на десять у мінус сьомому степені кілометрів;  
 Г)  $0,22 \cdot 10^{-7}$ км      нуль цілих двадцять дві сотих на десять у мінус сьомому степені кілометрів.

4. Яке з чисел ірраціональне?

А)  $\sqrt{0,1}$ ;      Б)  $2\sqrt{36}$ ;      В)  $5\sqrt{0,16}$ ;      Г)  $-4\sqrt{4}$ .

5. Скоротіть дріб  $\frac{12c^3m^2}{3c^2m}$ .

А)  $4cm^2$       Б)  $4cm$       В)  $4c^5m^3$       Г)  $4c^2m$

6. Знайдіть куб одночлена  $-2x^2y$ :

А)  $-8x^6y$       Б)  $-8x^6y^3$       В)  $8x^6y$       Г)  $-8x^5y^3$

7. Спростіть вираз  $6x^2(2cx^2)^{-1}$

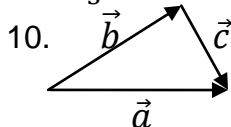
А)  $12c$       Б)  $12cx^{-4}$       В)  $2c^2$       Г)  $3c^{-1}$

8. Знайдіть значення виразу  $\sqrt{48} + \sqrt{12}$

А) 6      Б)  $12\sqrt{3}$       В) 30      Г)  $6\sqrt{3}$

9. Знайдіть показник **c** у рівності  $\sqrt[3]{\frac{m^2}{m^2m^4}} = m^c$

А)  $\frac{5}{3}$       Б)  $-\frac{5}{3}$       В)  $\frac{2}{21}$       Г)  $\frac{6}{7}$



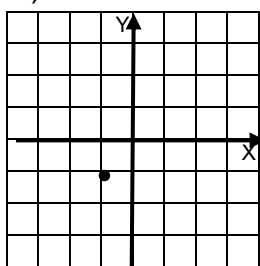
- А)  $\vec{b} = \vec{a} - \vec{c}$       Б)  $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$       В)  $\vec{a} = \vec{c} - \vec{b}$       Г)  $\vec{a} = \vec{b} - \vec{c}$

**Ключ для самоперевірки.**

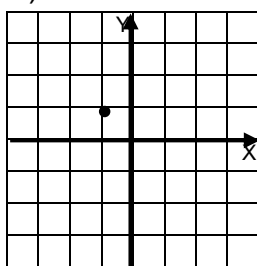
Оберіть правильні відповіді

1. Установіть відповідність між рисунками (1-4) і координатами точок (А-Д), зображених на цих рисунках:

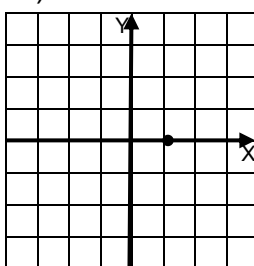
1)



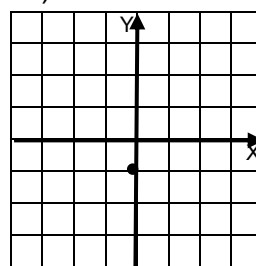
2)



3)



4)



А) (1;1)      Б) (-1;1)      В) (1;0)      Г) (0;-1)      Д) (-1;-1)

Відповідь: 1→Д; 2→Б; 3→В; 4→Г

2. Знайдіть значення виразу:  $|\sqrt{25} - 2^5| = ?$

А) -5      Б) 5      В) 27      Г) -27

3. Переведіть 0,22мм у кілометри. Результат запишіть у стандартному вигляді. Напишіть результат українською мовою.

А)  $2,2 \cdot 10^{-6}$ км      дві цілих дві десятих на десять у мінус шостому степені кілометрів;  
Б)  $2,2 \cdot 10^{-5}$ км      дві цілих дві десятих на десять у мінус п'ятому степені кілометрів;  
**В)  $2,2 \cdot 10^{-7}$ км      дві цілих дві десятих на десять у мінус сьомому степені кілометрів;**  
Г)  $0,22 \cdot 10^{-7}$ км      нуль цілих двадцять дві сотих на десять у мінус сьомому степені кілометрів.

4. Яке з чисел ірраціональне?

А)  $\sqrt{0,1}$ ;      Б)  $2\sqrt{36}$ ;      В)  $5\sqrt{0,16}$ ;      Г)  $-4\sqrt{4}$ .

5. Скоротіть дріб  $\frac{12c^3m^2}{3c^2m}$ .

А)  $4cm^2$       **Б)  $4cm$**       В)  $4c^5m^3$       Г)  $4c^2m$ 

6. Знайдіть куб одночлена  $-2x^2y$ :

А)  $-8x^6y$       **Б)  $-8x^6y^3$**       В)  $8x^6y$       Г)  $-8x^5y^3$ .

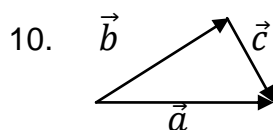
7. Спростіть вираз  $6x^2(2cx^2)^{-1}$

А)  $12c$       Б)  $12cx^{-4}$       В)  $2c^2$       **Г)  $3c^{-1}$ .**

8. Знайдіть значення виразу  $\sqrt{48} + \sqrt{12}$

А) 6      Б)  $12\sqrt{3}$       В) 30      **Г)  $6\sqrt{3}$** 

9. Знайдіть показник **с** у рівності  $\sqrt[3]{\frac{m^2}{m^3m^4}} = m^c$

А)  $\frac{5}{3}$       **Б)  $-\frac{5}{3}$**       В)  $\frac{2}{21}$       Г)  $\frac{6}{7}$ .А)  $\vec{b} = \vec{a} - \vec{c}$       **Б)  $\vec{c} = \vec{a} - \vec{b}$**       В)  $\vec{a} = \vec{c} - \vec{b}$       Г)  $\vec{a} = \vec{b} - \vec{c}$